

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Рубцовский институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Алтайский государственный университет»**



**ПРОГРАММА ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ**

**ПЕДАГОГИКА И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
В ШКОЛЕ**

(наименование программы переподготовки)

Математический анализ

(наименование курса (модуля))

**Рубцовск
2017**

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Рубцовского института (филиала) АлтГУ от «22» сентября 2017 г., протокол № 1.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и прикладной информатики от «28» августа 2017 г., протокол № 1.

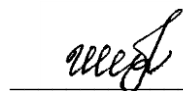
Заведующий кафедрой математики и прикладной информатики, доцент, к.т.н.



Е.А. Жданова

Руководитель центра:

доцент кафедры математики и прикладной информатики, к.ф.-м.н.



А.С. Шевченко

Разработчик:

доцент кафедры математики и прикладной информатики, к.ф.-м.н.



А.С. Шевченко

Содержание

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ.....	4
1.1. ЦЕЛЬ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ.....	4
1.2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ	4
1.3 КАТЕГОРИЯ СЛУШАТЕЛЕЙ	7
1.4 ТРУДОЕМКОСТЬ ОБУЧЕНИЯ	7
1.5 ФОРМА ОБУЧЕНИЯ	7
2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ.....	8
2.1. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН	8
2.2 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОГО КУРСА	10
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ (ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ).....	16
3.1. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ:	16
3.2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ	16
4. КАДРОВЫЕ УСЛОВИЯ (СОСТАВИТЕЛИ ПРОГРАММЫ)	18
 <u>II. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ</u>	 19
1. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ.....	20
2. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	23
3. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ	46

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1. Цель реализации программы

Целью реализации программы является формирование профессиональных компетенций по использованию базовых понятий математического анализа в курсе школьной математики, показать взаимосвязь математического анализа с дисциплинами естественнонаучного цикла.

Для достижения поставленной цели выделяются **задачи**:

- формирование понимания значимости математической составляющей в естественнонаучном образовании;
- формирование представления о роли и месте математики в мировой культуре;
- ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- выработка умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач;
- знание методов дифференциального и интегрального исчисления.

1.2. Планируемые результаты обучения

По окончании изучения разделов программы слушатели должны:

знать

- цели и задачи, содержание и особенности курса математического анализа в школе;
- основные требования к математической подготовке учащихся по годам обучения и критерии оценки их знаний и уровней интеллектуального развития по математическому анализу;
- методы решения задач в курсе начал математического анализа (10–11 кл.), в том числе повышенной сложности;
- основные понятия и теоремы анализа, с точки зрения заложенных в них фундаментальных математических и физических идей;
- связи между отдельными разделами курса математического анализа и дисциплинами естественнонаучного цикла;

уметь:

- находить производные, вычислять пределы, интегралы, формулировать и доказывать теоремы, применять методы математического

анализа для решения математических задач, построения и анализа моделей механики, физики и естествознания, самостоятельно решать классические задачи;

- использовать основные понятия математического анализа и применять их для доказательства простых теорем и решения задач;

- применять методы решения задач в курсе начал математического анализа (10–11 кл.), в том числе повышенной сложности;

- использовать в своей будущей профессиональной деятельности связи между отдельными разделами курса математического анализа и дисциплинами естественнонаучного цикла;

владеть:

- методами дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных, методами исследования функций, навыками практического использования современного математического инструментария для решения и анализа задач физики и естествознания.

Перечень компетенций, формируемых в процессе обучения компетенций

Коды компетенций	Название компетенций
1	2
ОК-3	способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве
ОПК-1	готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности
ОПК-5	владением основами профессиональной этики и речевой культуры
ПК-1	готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов
ПК-2	способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики
ПК-4	способностью использовать возможности образовательной среды для достижения

	личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета
ПК-8	способностью проектировать образовательные программы
ПК-9	способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся
ПК-12	способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся
СПК-2	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-3	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения, учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

1.3 Категория слушателей

Курс рассчитан на слушателей, обучающихся по программе переподготовки «Педагогика и методики преподавания математики в школе»

1.4 Трудоемкость обучения

Курс продолжительностью 34 часов: аудиторная нагрузка – 14 часа, самостоятельная работа – 20 часов, срок обучения – 7 недель, режим занятий – 2 часа в неделю.

1.5 Форма обучения

Очная, с применением дистанционных образовательных технологий

2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов и тем	Максимальная нагрузка студентов, час.	Количество аудиторных часов при очной форме обучения			Самостоятельная работа студентов, час.
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
Раздел 1. Последовательности. Функции						
Раздел 1	1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними	3	1			2
	2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции	4	1	1		2
Текущий контроль		Тест				
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной						
Раздел 2	3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.	4	1	1		2
	4. Основные теоремы дифференцирования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме	3	1			2

	Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора					
	5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика	4	1	1		2
Текущий контроль		Тестирование				
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных						
Раздел 3	6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал	2				2
	7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области	4	1	1		2
Текущий контроль		Тестирование				
Раздел 4. Интегральное исчисление						
Раздел 4	8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования	4	1	1		2
	9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла	6	1	1		4
Текущий контроль		Тестирование				
Промежуточная аттестация		Экзамен				
Итого за весь курс часов		34	8	6		20

2.2 Содержание разделов учебного курса

2.2.1. Содержание разделов учебной дисциплины

Раздел 1. Введение в теорию множеств. Комбинаторика

Раздел 1. Последовательности. Функции

Тема 1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними

Аудиторное изучение: Множества. Операции над множествами. Множество действительных чисел. Числовые множества. Числовые промежутки. Понятие функции. Числовые функции. Графики функции. Способы задания функций. Основные характеристики функции. Основные элементарные функции и их графики. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

Самостоятельное изучение: Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Действия над комплексными числами в показательной форме.

Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции

Аудиторное изучение: Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности. Функция. Способы задания функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Свойства предела функции. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Точки разрыва, их классификация.

Самостоятельное изучение: Арифметические свойства пределов числовой последовательности. Основные теоремы о непрерывных функциях. Эквивалентные функции.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.

Аудиторное изучение: Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной и обратной функций. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциал. Определение и свойства.

Самостоятельное изучение: Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

Тема 4. Основные теоремы дифференцирования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора

Аудиторное изучение: Теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.

Самостоятельное изучение: Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.

Тема 5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика

Аудиторное изучение: Признаки возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Самостоятельное изучение: Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Тема 6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал

Аудиторное изучение: Множества в R^n : открытые, замкнутые, ограниченные. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора. Производная по направлению. Градиент.

Самостоятельное изучение: Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.

Тема 7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области

Аудиторное изучение: Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.

Самостоятельное изучение: Наибольшее и наименьшее значения функции в области.

Раздел 4. Интегральное исчисление

Тема 8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования

Аудиторное изучение: Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.

Самостоятельное изучение: Интегрирование иррациональных функций.

Тема 9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла

Аудиторное изучение: Определенный интеграл. Определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Самостоятельное изучение: Приложения определенных интегралов.

2.2.2. Практические (семинарские) занятия

Раздел 1. Последовательности. Функции

Тема 1. Функция. Комплексные числа.

План.

1. Функция.
2. Комплексные числа, основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел.
3. Формы записи комплексных чисел.
4. Действия над комплексными числами.

Тема 2. Предел функции. Вычисление пределов функции. Непрерывность функции. Точки разрыва

План.

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности.
2. Односторонние пределы.
3. Вычисление пределов функции. (раскрытие неопределенностей вида $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty$).
4. Замечательные пределы.
5. Вычисление пределов функции. (раскрытие неопределенностей вида $0 \cdot \infty, 1^\infty, 0^\infty, \infty^0$).
6. Сравнение бесконечно малых. Принцип замены эквивалентными.
7. Вычисление пределов с помощью эквивалентностей.
8. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
9. Точки разрыва функций

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 3. Дифференцирование функции одной переменной.

План.

1. Дифференцирование функции одной переменной
2. Производные сложных функций.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Производная функции, заданной параметрически.
5. Неявно заданные функции.

6. Геометрический смысл производной: уравнение касательной и нормали.
7. Производные высших порядков.
8. Дифференциал, его применение в приближенных вычислениях.
9. Дифференциалы высших порядков.

Тема 4. Основные теоремы дифференцирования. Правило Лопиталя.

План.

1. Основные теоремы дифференцирования.
2. Правило Лопиталя.
3. Раскрытие неопределенностей $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ , ∞^0 , 0^0 .

Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.

План.

1. Монотонность функций. Экстремумы функций.
2. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
3. Асимптоты.
4. Общая схема исследования функций
5. Построение графиков функций.
6. Наибольшее и наименьшее значение функции.
7. Задачи на максимум и минимум.
8. Контрольная работа.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Тема 6. Функции нескольких переменных.

План.

1. Функции многих переменных.
2. Предел, непрерывность функции многих переменных.
3. Частные производные.
4. Частные производные высших порядков.
5. Дифференциалы высших порядков.
6. Производная в данном направлении. Градиент.

Тема 7. Экстремумы функций многих переменных.

10. Семинарское занятие -2ч.

План.

1. Экстремумы функций многих переменных.
2. Наибольшее и наименьшее значения функции в области.

3. Решение задач.

Раздел 4. Интегральное исчисление

Тема 8. Неопределенный интеграл. Замена переменной в неопределенном интеграле и интегрирование по частям.

План.

1. Неопределенный интеграл.
2. Табличные интегралы.
3. Подведение под знак дифференциала.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле
5. Интегрирование по частям.
6. Решение упражнений.

Тема 8. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.

13-14.Семинарское занятие -4ч.

План.

1. Правильные и неправильные дроби.
2. Разложение правильной дроби на простейшие.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование иррациональных функций
5. Интегрирование дифференциального бинома.
6. Универсальная подстановка.
7. Интегрирование тригонометрических функций.

Тема 9. Определенный интеграл.

План.

1. Определенный интеграл.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Замена переменной в определенном интеграле.
4. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
5. Геометрические приложения в определенном интеграле.
6. Несобственные интегралы.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ (ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ)

3.1. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ:

Аудитории для проведения интерактивных занятий: видеопроектор, экран настенный, др. оборудование и компьютерный класс для проведения практических занятий.

Реализация программы требует наличия компьютерного класса на 15 посадочных мест обучающихся, компьютерные столы, стулья для обучающихся и преподавателя, доска, 15 ноутбуков).

Технические средства обучения: видеопроектор; компьютеры; программное обеспечение общего и специального назначения:

Windows 7 Professional Service Pack 1
Microsoft Excel 2010
Microsoft PowerPoint 2010
Microsoft Word 2010

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы (учебно-методические материалы (учебники, учебные пособия, периодические издания, раздаточный материал и т.д.)

Основная литература:

1. Ильин, В.А. Математический анализ. В 2 ч. Часть 1. В 2 кн. Книга 1: учебник для академического бакалавриата / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 331 с.
2. Ильин, В.А. Математический анализ. В 2 ч. Часть 1. В 2 кн. Книга 2: учебник для академического бакалавриата / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 328 с.
3. Ильин, В.А. Математический анализ. В 2 ч. Часть 2.: учебник для академического бакалавриата / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 357 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. В 2 ч. Ч. 1 / Д.Т. Письменный. - 12-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2013 - 288с.

Дополнительная литература

1. Глухов М. М., Шишков А. Б. Математическая логика. Дискретные

функции. Теория алгоритмов / М. М. Глухов, А. Б. Шишков – СПб.: «Лань», 2012 – 409.

2. Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс 2008/ К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. – М.: Айрис-пресс, 2008, – 576 с.

3. Овчинникова, Е. В. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник / Е. В. Овчинникова, С. В. Судоплатов. - Новосибирск: НГТУ, 2012. - 280 с.

4. Понтягин, Л.С. Математический анализ для школьников. Библиотечка журнала Квант – М.: Наука, 1982.

5. Шевелев, Ю.П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах)/ Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев - СПб.: «Лань», 2013 – 523.

Базы данных, Интернет-ресурсы, информационно-справочные и поисковые системы

1. Поисковые системы: Google, Yandex, Rambler.

2. Университетская библиотека On-line [Электронный ресурс], М.: Издательство «Директ-Медиа», 2001-2017. Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>. – Загл. с экрана

3. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс], СПб.: Издательство Лань, 2017. Режим доступа: <http://e.lanbook.com>. – Загл. с экрана.

4. Электронная библиотечная система Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]. – М.: ООО «Электронное издательство Юрайт», 2017. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. – Загл. с экрана.

4. КАДРОВЫЕ УСЛОВИЯ (СОСТАВИТЕЛИ ПРОГРАММЫ)

Составитель программы – Шевченко А.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и прикладной информатики.

Доцент Шевченко А.С. читает лекции, ведет семинарские и лабораторные занятия на современном, научно-методическом уровне, с использованием мультимедийных средств по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Дискретная математика», «Численные методы», «Методы оптимизации», «Теория оптимального управления», «Интеллектуальные информационные системы», «Программная инженерия», «Информационные технологии и платформы разработки информационных систем».

Уровень преподаваемых Шевченко А.С. лекций отвечает требованиям, предъявляемым к учебным занятиям классического университета. Она в совершенстве обладает навыками управления вниманием студенческой аудиторией, при этом излагая и анализируя теоретический материал с точки зрения известных ученых и специалистов в данной области знаний.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**Рубцовский институт (филиал) федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Алтайский
государственный университет»**
Кафедра Математики и прикладной информатики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по программе
Педагогика и методика преподавания математики в школе
(наименование программы)

Разработчик:

Доцент кафедры математики и
прикладной информатики
должность

Шевченко А.С.

подпись / ФИО

1. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Оценивание выполнения тестов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения тестовых заданий;	выполнено более 90% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
Хорошо (базовый уровень)	2. Своевременность выполнения;	выполнено от 76% и до 90% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
	3. Правильность ответов на вопросы;	
	4. Самостоятельность тестирования;	
Удовлетворительно (пороговый уровень)		выполнено от 61% и до 75% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		выполнено менее 60% заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

Оценивание ответа на экзамене

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания; 3. Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
Хорошо (базовый уровень)	4. Самостоятельность ответа; 5. Культура речи;	Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
Удовлетворительно (пороговый)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой

уровень)		дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Т.е студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

2. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Перечень заданий / вопросов

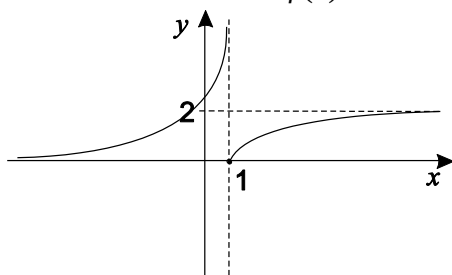
Раздел 1. Последовательности. Функции

Задание 1. Пусть существуют пределы: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, тогда

справедливо утверждение:

1. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
2. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) / g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) / \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
3. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = g(a)\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow a} (kg(x)) = kg(a)$

Задание 2. Функция $f(x)$ задана графиком:



Верно утверждение:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
2. $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 0$
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

Задание 3. Функцию $f(x)$ является бесконечно малой в нуле, если:

1. $f(x) = x^2 - 7x$
2. $f(x) = 4x^3 - 8$
3. $f(x) = x \sin x$
4. $f(x) = x \cos x$.

Задание 4. Функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x = 2$, если:

1. $f(x) = \frac{2}{x+2}$
2. $f(x) = \frac{3}{x-2}$
3. $f(x) = \operatorname{ctg}(x-2)$
4. $f(x) = \frac{x+3}{x^2-2x}$.

Задание 5. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{x-3}$ равен:

1. 0
2. ∞
3. $-\infty$
4. $+\infty$

Задание 6. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 3x)$ равен:

1. -1
2. 9
3. 0
4. ∞

Задание 7. Предел $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 6} \right)$ равен:

1. 2
2. 3
3. -2
4. -3

Задание 8. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 3x^3 + 4}{3x^5 + 2x^4 + 1}$ равен:

1. 2
2. -2
3. -1
4. 4.

Задание 9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 3x}{\sin 2x}$ равен:

1. 3
2. -3
3. 6
4. 0.

Задание 10. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+6x}-1}{x}$ равен:

1. 2
2. -2
3. -1
4. 3.

Задание 11. Справедливо утверждение:

1. Если последовательности x_n и y_n монотонны и неограничены, то

последовательность $x_n + y_n$ неограничена.

2. Если последовательности x_n и y_n монотонны и $y_n \neq 0$, то последовательность $\frac{x_n}{y_n}$ монотонна.

3. Всякая строго возрастающая последовательность целых чисел имеет член, больший 10.

4. Если $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ – возрастающие последовательности отрицательных чисел, то последовательность $\{x_n y_n\}$ убывает.

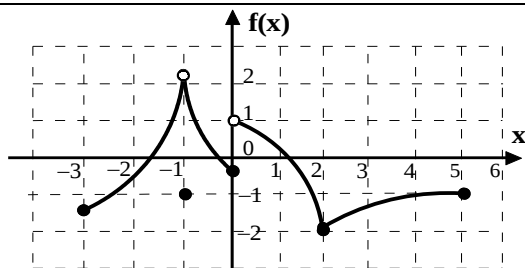
Задание 12. Значение a , при котором $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + a}}{ax + 1} = -1$ равно:

1. 1.
2. -1
3. 2.
4. $\frac{1}{2}$.

Задание 13. Дана функция $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4}$. Справедливо утверждение:

1. Функция $f(x)$ непрерывна в каждой точке области определения.
2. Функция $f(x)$ имеет ровно две точки разрыва.
3. Функция $f(x)$ имеет точку устранимого разрыва.
4. Функция $f(x)$ ограничена на промежутке $[-1; 1]$.

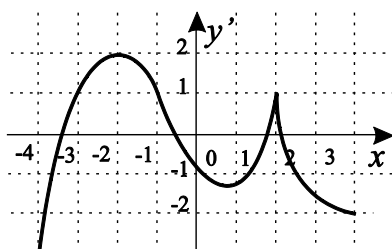
Перечень заданий / вопросов
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной
Задание 1. Функция $f(x)$ задана на отрезке $[-3; 5]$ графиком:



Верно утверждение:

1. уравнение $f(x) = -1$ имеет четыре корня
2. при любом значении x выполняется неравенство $f(x) < 2$
3. на отрезке $[-3; -1]$ функция $f(x)$ возрастает
4. множеством значений функции $f(x)$ является отрезок $[-2; 2]$

Задание 2. Производная y' функции $y = f(x)$ задана на отрезке $[-4; 4]$ графиком:



Верно утверждение:

1. На интервале $(-4; 0)$ имеется только одна точка экстремума функции $f(x)$

2. на отрезке $[-2; -1]$ функция $f(x)$ возрастает
3. На интервале $(-3; -1)$ функция $f(x)$ имеет точку перегиба
4. На интервале $(-1; 0)$ функция $f(x)$ выпукла вверх
5. на отрезке $[-1; 1.2]$ функция $f(x)$ имеет локальный минимум
6. при любом значении x выполняется неравенство $f(x) \leq 2$
7. На интервале $(-3; -1)$ функция $f(x)$ имеет экстремум
8. На интервале $(-3; 3)$ функция $f(x)$ дважды дифференцируема

Задание 3. Функция $f(x)$ не имеет точек перегиба, если:

1. $f(x) = 3x^4 - 5x^2$

2. $f(x) = 7x^5 + 8x^3$

3. $f(x) = \sin x$

4. $f(x) = x^4 + 2x^2$.

Задание 4. Производная функции $4x^3 + 2x^2 - 1$ равна:

1. $12x^2 - 1$;

2. $4x^2 + 4x$;

3. $12x^2 + 4x - 1$;

4. $12x^2 + 4x$

Задание 5. Производная функции $5x^3 \sin x$ равна:

1. $15x^2 \cos x$

2. $15x^2 \sin x + 5x^3 \cos x$

3. $15x^2 + \cos x$

4. $5x^2 \sin x + 15x^2 \cos x$

Задание 6. Производная функции $\sin^3(7x)$ равна:

1. $21x \sin^2 x \cos(7x)$

2. $21x \sin^2 x \cos x$

3. $3x \sin(7x) \cos x$

4. $21x \sin^2(7x) \cos(7x)$

Задание 7. Производная функции $4x^3 - 2x$ в точке $x = -1$ равна:

1. 2

2. - 2

3. 10

4. 12.

Задание 8. Дифференциал функции $3x^3 + 2x$ в точке $x = -2$ равна:

1. -38

2. - 38 Δx

3. -28

4. -28 Δx .

Задание 9. Уравнение асимптоты при $x \rightarrow \infty$ к графику функции

$\frac{6x^2 - 5x}{2x - 1}$ имеет вид:

1. $3x + 4$

2. $3x$

3. $6x - 4$

4. $3x - 1$.

Задание 10. Точка перегиба функции $4x^3 - 3x^2$ есть:

1. $x = 0$

2. $x = 1/4$

3. $x = 3/4$

4. $x = 1/2$.

Задание 11. Область возрастания функции $2x^2 - 16x + 5$ есть:

1. $x < 4$

2. $x > 4$

3. $x = 4$

4. x – любое.

Задание 12. Область убывания функции $f(x) = 3x^2 - 18x$ есть:

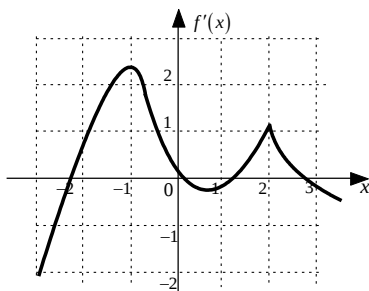
1. $x < 3$

2. $x > 3$

3. $x = 3$

4. x – любое.

Задание 13. Дан график производной $f'(x)$ некоторой функции $f(x)$:



Справедливо утверждение:

1. на промежутке $(-1; 0)$ функция $f(x)$ возрастает

2. на промежутке $(-2; 0)$ график функции $f(x)$ имеет точку перегиба

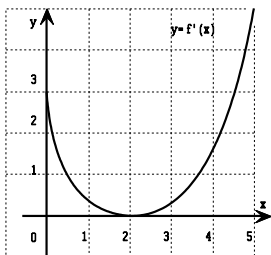
3. в точке -1 функция $f(x)$ имеет максимум

4. на промежутке $(2; 3)$ функция $f(x)$ убывает

Задание 14. Функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и дифференцируемы на всей числовой оси. Известно, что $f(1) = 0$, $f'(2) = 3$, $g(1) = 2$, $g'(1) = 2$. Тогда производная функции $f(g(x))$ в точке 1 равна

1. 1
2. 2
3. 3
4. 6

Задание 15. Дан график производной $f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, заданной на промежутке $[0; 5]$.



Справедливо утверждение:

1. Функция $f(x)$ выпукла вниз.
2. Функция $f(x)$ строго возрастает.
3. Функция $f(x)$ не имеет корней.
4. График функции $f(x)$ имеет точку перегиба.

Задание 16. Функция $f(x)$ определена на промежутке $(0; 2)$.

Справедливо утверждение:

1. Если $f(x)$ строго возрастает на промежутке $(0; 1)$ и строго убывает на промежутке $(1; 2)$, то 1 является точкой максимума этой функции.
2. Если функция $f(x)$ дифференцируема при всех $x \neq 1$, причем $f'(x) < 0$ при $0 < x < 1$ и $f'(x) > 0$ при $1 < x < 2$, то 1 является точкой минимума функции $f(x)$.
3. Если $f(x)$ непрерывна на промежутке $(0; 2)$, строго убывает на промежутке $(0; 1)$ и строго возрастает на промежутке $(1; 2)$, то 1 является точкой минимума этой функции.
4. Если функция $f(x)$ дифференцируема при всех $x \neq 1$ и имеет положительную вторую производную при всех $x \neq 1$, то 1 является точкой минимума функции $f(x)$.

Перечень заданий / вопросов

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Задание 1.

Как называется предел отношения приращения $\Delta_x z$ функции $z = f(x, y)$ к приращению x переменной x при стремлении x к нулю?

- 1) Условный экстремум
- 2) Градиент
- 3) Частный дифференциал
- 4) Производная по направлению
- 5) Частная производная

Задание 2.

Как называется выражение

$$\nabla z = (z'_x, z'_y)?$$

- 1) Условный экстремум
- 2) Градиент
- 3) Частный дифференциал
- 4) Производная по направлению
- 5) Частная производная

Задание 3.

Что определяется выражением

$$z'_x \cos \alpha + z'_y \cos \beta$$

- 1) Условный экстремум
- 2) Градиент
- 3) Частный дифференциал
- 4) Производная по направлению
- 5) Частная производная

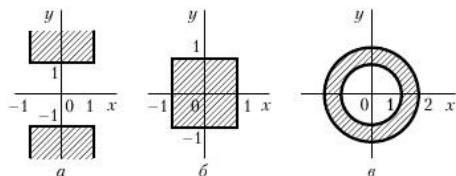
Задание 4

К чему относится определение: существует окрестность такая, что для всех точек $M(x, y)$, принадлежащих этой окрестности и удовлетворяющих уравнению связи $g(x, y) = C$, выполняется неравенство $f(x, y) < f(x_0, y_0)$ [$f(x, y) > f(x_0, y_0)$]

- 1) Условный экстремум
- 2) Градиент
- 3) Частный дифференциал
- 4) Производная по направлению
- 5) Частная производная

Задание 5

Дана функция двух переменных $z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$. Тогда область определения этой функции изображена на рисунке...



- 1) а
- 2) б
- 3) в
- 4) ни на одном из них

Задание 6

Частная производная по y функции $z = \frac{1}{3}x^3 - xy - 3y^2 + 11x + 7y$ равна...

- 1) $z'_y = x^2 - y + 11$
- 2) $z'_y = -xy - 6y + 18$
- 3) $z'_y = x^2 - x + 7$
- 4) $z'_y = -x - 6y + 7$
- 5) $z'_y = -x - 3y + 11$

Задание 7

Частная производная по x функции $z = x^3 + 3x^2 - 5xy - 4y^2 + 15y - 8$ равна...

- 1) $z'_x = 3x^2 + 6x - 8$
- 2) $z'_x = 3x^2 + 6x - 5y$
- 3) $z'_x = 6x^2 + 6x - 13y + 15$
- 4) $z'_x = x^3 + 3x^2 - 5xy$

Задание 8

Частная производная по y функции $z = x^5y^2 + 2x^3y^3 - 3x^2 - 7y^2 + 5x + 19$ равна...

- 1) $z'_y = 10x^4y + 18x^2y^2 - 11xy$
- 2) $z'_y = x^4y + 2x^2y^2 - 14y$
- 3) $z'_y = 2x^5y + 6x^3y^2 - 14y$
- 4) $z'_y = 2x^5y + 18x^2y^2 - 14y$
- 5) $z'_y = 10x^5y + 18x^3y^3 - 11xy$

Задание 9

Частная производная по x функции $z = 3x^2y^3 + 2x^2y^2 - 6y^5 + 3x^2 + 25$ равна...

- 1) $z'_x = 9x^2y^2 + 4x^2y - 30y$
- 2) $z'_x = 18xy^2 + 8xy - 18xy^4$
- 3) $z'_x = 6xy^3 + 4xy^2 + 6x$
- 4) $z'_x = 3x^2y^3 + 2x^2y^2 + 6x$

Задание 10

Максимум функции $z = xy$ при условии $x + y = 6$ равен...

Задание 11

Функция

$L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(g(x, y) - C)$ является функцией...

- 1) Лежандра
- 2) Лагранжа
- 3) Лобачевского
- 4) Коши
- 5) Лопиталя

Задание 12

Если $U = \cos(2x^2 + y + z^3)$, то значение U'_y в точке $M(0, \frac{\pi}{4}, 0)$ равно...

- 1) 1
- 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 3) 0
- 4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Задание 13

Если $U = e^{(2x - 3y + z^2)}$, то значение U'_y в точке $M(1, 1, 1)$ равно...

Задание 14

Найти частную производную

$z'_x = \frac{\partial z}{\partial x}$ в точке $(2, -3)$ функции

$$z = \frac{2y + 1}{x^2 + 6}$$

Задание 15

Найти критическую точку функции $z = x^2 + 3xy - \frac{7}{2}y^2 - 5x + 4y + 18$

- 1) $M(1, 1)$
- 2) $M(1, 2)$
- 3) $M(2, 1)$
- 4) $M(2, 2)$

Перечень заданий / вопросов**Раздел 4. Интегральное исчисление****Задание 1.**

Неопределенный интеграл — это...

- 1) числовой интервал
- 2) уравнение
- 3) совокупность функций
- 4) число
- 5) функция

Задание 2.

Найдите интеграл $\int x^2 3^{x^3} dx$

- 1) $\frac{1}{2} \sin 2x + C$
- 2) $\frac{1}{20} \ln \left| \frac{2x+5}{2x-5} \right| + C$
- 3) $-\frac{1}{20} \ln \left| \frac{2x+5}{2x-5} \right| + C$
- 4) $\frac{3^{x^3}}{3} + C$
- 5) $\frac{3^{x^3}}{3 \ln 3} + C$

Задание 3.

$[\int f(x) dx]' = \dots$

- 1) $f(x) dx$
- 2) $df(x)$
- 3) $f(x) + C$
- 4) $f(x)$

Задание 4

Множество первообразных функции $f(x) = e^{3x}$ имеет вид...

- 1) $-\frac{1}{3}e^{3x} + C$
- 2) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$
- 3) $e^{3x} + C$
- 4) $3e^{3x} + C$

Задание 5

Множество первообразных функции $f(x) = e^{2x}$ имеет вид...

- 1) $-\frac{1}{2}e^{2x} + C$
- 2) $e^{2x} + C$
- 3) $\frac{1}{2}e^{2x} + C$
- 4) $2e^{2x} + C$

Задание 6

Интеграл $\int 7e^{7x} dx$ равен...

- 1) $7e^{7x} + C$
- 2) $\frac{1}{7}e^{7x} + C$
- 3) $e^{7x} + C$
- 4) $7e^x + C$

Задание 7

В неопределенном интеграле $\int \frac{x}{\sqrt{x}-1} dx$ введена новая переменная $t = \sqrt{x}$. Тогда интеграл примет вид...

- 1) $2 \int \frac{t^3}{t-1} dt$
- 2) $\int \frac{t^3}{2(t-1)} dt$
- 3) $\int \frac{t^2}{t^2-1} dt$
- 4) $2 \int (t^2-1) dt$

Задание 8

Правильную рациональную дробь $\frac{2x+1}{(x+1)^2(x^2+4x+5)^2}$ можно представить в виде суммы простейших дробей...

$$\begin{aligned} 1) & \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{(x+1)^2} + \frac{D}{x^2+4x+5} + \frac{Ex+F}{(x^2+4x+5)^2} \\ 2) & \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+4x+5} + \frac{Ex+F}{(x^2+4x+5)^2} \\ 3) & \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x^2+4x+5} + \frac{D}{(x^2+4x+5)^2} \\ 4) & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{5}{x^2+4x+5} + \frac{2}{(x^2+4x+5)^2} \end{aligned}$$

Задание 9

Определенный интеграл — это...

- 1) числовой интервал
- 2) уравнение
- 3) совокупность функций
- 4) число
- 5) функция

Задание 10

Формула $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ называется формулой...

- 1) Коши — Буняковского
- 2) Ньютона — Лейбница
- 3) Фробениуса — Перрона
- 4) Больцано — Коши
- 5) Бойля — Мариотта

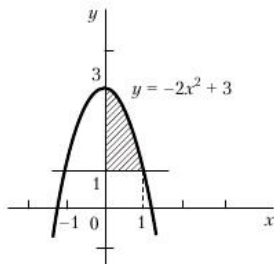
Задание 11

Если $f(x)$ определена в точке a ,
то чему равен $\int_b^a f(x)dx$?

- | | |
|-----------|--------|
| 1) $F(a)$ | 2) a |
| 3) a^2 | 4) 1 |
| 5) 0 | |

Задание 12

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом...



- | |
|--------------------------------|
| 1) $\int_{-1}^0 (-2x^2 + 3)dx$ |
| 2) $\int_1^0 (2 - 2x^2)dx$ |
| 3) $\int_1^0 (2x^2 - 2)dx$ |
| 4) $\int_0^3 (3 - 2x^2)dx$ |

Задание 13

Определенный интеграл

$$\int_1^{\pi/2} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} dx \text{ равен...}$$

- | |
|----------------|
| 1) $1 + \ln 2$ |
| 2) $\ln 4$ |
| 3) $1 + \ln 5$ |
| 4) $\ln 2$ |

Задание 14

Определенный интеграл

$$\int_1^{\pi/2} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} dx \text{ равен...}$$

- | |
|----------------|
| 1) $1 + \ln 2$ |
| 2) $\ln 4$ |
| 3) $1 + \ln 5$ |
| 4) $\ln 2$ |

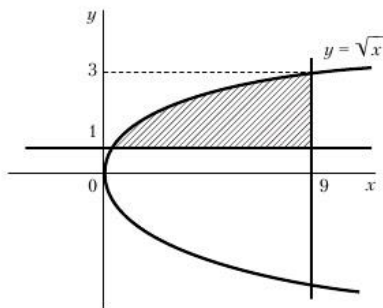
Задание 15

Согласно теореме о среднем если $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то найдется точка $c \in [a, b]$ такая, что $\int_b^a f(x)dx = \dots$

- | |
|---------------------|
| 1) $f(c)(b - a)$ |
| 2) $abf(c)$ |
| 3) $(a - c)(b - c)$ |
| 4) $F(c)$ |
| 5) $f(c)$ |

Задание 16

Площадь заштрихованной части фигуры, изображенной на чертеже, задана интегралом...



- 1) $\int_1^9 (1 - x^2) dx$
- 2) $\int_1^9 (\sqrt{x} - 1) dx$
- 3) $\int_1^9 (x^2 - 1) dx$
- 4) $\int_0^9 (\sqrt{x} - 1) dx$
- 5) $\int_0^9 (1 - \sqrt{x}) dx$

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

Перечень заданий /вопросов

1. Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Множество действительных чисел.
2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
3. Функция. Способы задания функции. График функции, преобразования графиков функций.
4. Предел функции в точке по Коши и по Гейне.
5. Предел функции на бесконечности.
6. Односторонние пределы.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.
8. Свойства предела функции.
9. Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях.
10. Точки разрыва, их классификация.
11. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной.
12. Дифференциал. Определение и свойства. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
13. Теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталя.
14. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.
15. Частные производные. Геометрический смысл частных производных.
16. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
17. Табличные интегралы.
18. Определенный интеграл. Определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Геометрические приложения определенного интеграла.
20. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Признаки сходимости несобственных интегралов.

2. Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел.

2. Замечательные пределы.
3. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции.
4. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.
5. Производная сложной и обратной функций.
6. Дифференцирование параметрически заданных функций и функций заданных неявно.
7. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.
8. Признаки возрастания и убывания функции. Точки экстремума функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
9. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
10. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
11. Полный дифференциал. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
12. Дифференцирование сложной функции. Производная функции, заданной неявно.
13. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора.
14. Производная по направлению. Градиент.
15. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в области.
16. Замена переменной и интегрирование по частям.
17. Интегрирование рациональных дробей.
18. Интегрирование тригонометрических функций.
19. Интегрирование иррациональных функций.

3.Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Вычислить пределы:

$$a. \lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 5x^2 + 6x + 1)$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$$

$$б. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$$

$$в. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$$

$$ж. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{8x}$$

$$г. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 - 1}$$

$$з. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 6x + 1}$$

2. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi \cdot x/2)}{x + 1}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arctg(x + 2)}{(x + 2)}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 - 6x} - 1 + 2x}{x^2}$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 4x} - 1 - 2x}{x^2}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{x}$$

$$ж) y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{\sin x} - 1}{\sin 2x}$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)^2}{\sin^2(x - 3)}$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)^2}{\sin^2(x - 3)}$$

3. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 5x - 8}{2x^2 + 3x - 5}$ при различных значениях

a: $-2; 1; +\infty$.

4. Доказать, что:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6;$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2$$

5. Составить уравнение касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0 .

$$a) y = (4x - x^2)/4, x_0 = 2;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{4 - 2x^2}, x_0 = -1;$$

$$\text{в) } y = \sqrt{\frac{4 - x^2}{2}}, x_0 = \sqrt{2}$$

6. Найти дифференциал dy .

$$\text{а) } y = \sqrt{1 + 2x} - \ln(x + \sqrt{1 + 2x});$$

$$\text{б) } y = e^x \cos x;$$

$$\text{в) } y = 5^{x^2} \arccos\left(\frac{1}{x}\right);$$

7. Вычислить приближенно с помощью дифференциала

$$y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, x = 1,012;$$

8. Найти производную функцию по определению производной:

$$\text{а) } y = \sqrt{2x - 3}; \text{ б) } y = \frac{4}{3x + 5}.$$

9. Найти производную

$$\text{а) } y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1 + x}};$$

$$\text{б) } y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1});$$

$$\text{в) } y = \sin \sqrt{3} + \frac{1 \sin^2 3x}{3 \cos 6x};$$

$$\text{г) } y = (\arctg x)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\ln \arctg x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3} \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right) \end{cases}.$$

$$\text{е) } b^3 x^2 + a^3 y^2 = a^3 b^2$$

10. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной

$$\text{параметрически} \begin{cases} x = \cos 2t \\ y = 2 \sec^2 t \end{cases};$$

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках

а) $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1, 4];$

б) $y = \sqrt{100 - x^2}$ на $[-6, 8];$

в) $y = \sqrt[5]{2(x+1)^2(5-x)} - 2$ на $[-3; 3].$

12. Провести полное исследование функции и построить графики

а) $y = (x^3 + 4)/x^2;$

б) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}};$

в) $y = 4x^3 + 9x^2 - 12x - 15;$

г) $y = \frac{(12 - 3x^2)}{(x^2 + 12)}.$

13. Найти вторые частные производные функции

а) $u = z \cdot e^{x^2 y}$

б) $z = \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2})$

в) $u = x^2 \sin \sqrt{y - z}$

г) $u = xye^z$

14. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

а) $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46;$

б) $y = x^{11}, \quad x = 1,021;$

в) $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, \quad x_0 = 4;$

15. Вычислить $z = \frac{(2 - 3i)(3 + 4i) - 2(5i - 1)}{2 + i}$, указать вещественную и

мнимую часть этого комплексного числа

16. Решите уравнения в комплексных числах:

а) $x^2 - 4x + 8 = 0$; б) $x^2 + ix + 6 = 0$.

17. Изобразите множество точек z комплексной плоскости,

удовлетворяющих условию: $z \cdot \bar{z} = (2 + i)^2 + \frac{17}{1 + 4i}$

18. Найдите все действительные значения a , для которых система

уравнений $\begin{cases} |z + 3ai| = 1 \\ |z - a| = 3 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение

19. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{\arctg x}{1 + x^2} dx$

б) $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$

в) $\int (4 - 3x)e^{-3x} dx$

г) $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x - 4)(x - 2)x} dx$

д) $\int \frac{dx}{3\sin x + \cos x}$

20. Вычислить определенные интегралы.

а) $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

б) $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1)dx}{(x^3 + 3x + 1)^3}$

в) $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$

г) $\int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

д) $\int_{-1}^0 \frac{tg(x + 1)}{\cos^2(x + 1)} dx$

21. Вычислить несобственный интеграл

$$a) \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$б) \int_0^{+\infty} \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx$$

$$в) \int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{(1+e^x)^2}$$

22. Вычислить площади фигур, ограниченных

$$a) y = (x-2)^3, y = 4x-8.$$

$$б) y^2 = 4x, x^2 = 4y.$$

23. Вычислить площади фигур ограниченных линиями, заданными уравнениями

$$a) \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2(x \geq 2)$$

$$б) \begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t \end{cases}$$

$$y = 4(y \geq 4)$$

24. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями в полярных координатах

$$a) r = 4 \cos 3\varphi, r = 2(r \geq 2)$$

$$б) r = \sin \varphi, r = \sqrt{2} \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \left(-\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4}\right)$$

25. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат

$$a) y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$$

$$б) y = 2 + chx, 0 \leq x \leq 1$$

26. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями

$$a) \frac{x^2}{9} + y^2 = 1, z = y, z = 0 (y \geq 0)$$

$$6) \quad \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1, z = y\sqrt{3}, z = 0 (y \geq 0).$$

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

В данном разделе приводится методическое описание порядка проведения (процедуры) оценивания усвоенных компетенций. Все виды оценочных средств, перечисленные в сводной таблице по дисциплине, практике, должны быть подвергнуты методическому описанию процедуры их проведения. Цель такого описания – при ознакомлении с методическими материалами обучающийся должен получить полную ясность, как именно будет проходить оценивание (прохождение тестирования, написание контрольной работы, решение задач, защита реферата/курсовой работы и т.д.)

Тестирование проводится в системе дистанционного обучения LMS Moodle.

На тестирование отводится 90 минут. Каждый вариант тестовых заданий включает 30 вопросов. За каждый правильно отвеченный вопрос дается 1 балл.

Экзамен проводится в устной форме. В экзаменационный билет включено два теоретических вопроса и практическое задание, соответствующие содержанию формируемых компетенций. На ответ и решение задачи студенту отводится 35 минут. За ответ на теоретические вопросы студент может получить максимально 2 баллов, за решение задачи 3 балла.