

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Рубцовский институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Алтайский государственный университет»**



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

Уровень основной образовательной программы: бакалавриат

Направление подготовки: 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в экономике

Прикладная информатика в юриспруденции

Форма обучения: очная, заочная, заочная (ускоренная) на базе ВО,
заочная (ускоренная) на базе СПО

Кафедра: Математики и прикладной информатики

Рубцовск

2017

При разработке рабочей программы учебной дисциплины в основу положены:

1) ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика утвержденный Министерством образования и науки РФ 12 марта 2015 г. (рег. № 207)

2) Учебный план по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, утвержденный решением Ученого совета Рубцовского института (филиала) АлтГУ от 27 февраля 2017 г., протокол № 4.

3) Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математики и прикладной информатики от 22 мая 2017 г., протокол № 10.

Заведующий кафедрой математики и прикладной информатики, доцент, к.т.н.



Е.А. Жданова

Разработчик:

доцент кафедры математики и прикладной информатики, к.ф.-м.н.



А.С. Шевченко

Работодатель:

Начальник отдела информационно-технического обеспечения Администрации г. Рубцовска



Д.П. Рева

СОДЕРЖАНИЕ

I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	4
1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ.....	4
1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	4
1.2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП УНИВЕРСИТЕТА	5
1.3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....	7
2.1. ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ.....	7
2.2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....	12
2.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА	14
2.4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....	17
2.5. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	19
2.6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	20
2.7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО КУРСОВОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ	21
II. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	23

I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины «Численные методы» являются: формирование у студентов профессиональных компетенций, направленных на изучение численных методов решения задач алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, а также освоение методологических подходов разработки численных вычислений и изучение основных методов для решения задач исследовательского и прикладного характера.

Задача преподавания дисциплины состоит в освоении численных методов решения нелинейных уравнений и систем, систем линейных уравнений, теории интерполирования, численного дифференцирования и интегрирования, использование численных методов для обработки экспериментальных данных, численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений в постановке задач Коши и краевых задач, численных методов решения уравнений с частными производными.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- роль и место численных методов в системе наук;
- источники возникновения погрешностей, методы их устранения;
- основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: элементы теории погрешностей, приближение функций и их производных, численное дифференцирование и интегрирование функций, численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- принципы построения численных методов решения экономических задач;
- основные приемы программирования и использования современных интегрированных пакетов прикладных программ по численным методам для автоматизации решения инженерно - технических задач на ПЭВМ;

Уметь:

- оценивать область применения численных методов, эффективность и погрешность численного решения;
- использовать основные численные методы решения математических задач;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата

- использовать современное ППО для реализации основных численных методов.

Владеть:

- основными численными методами решения математических задач;
- навыками работы с программными средствами профессионального назначения

1.2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП УНИВЕРСИТЕТА

1.2.1. Учебная дисциплина «Численные методы» относится к вариативной части.

1.2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

- Дифференциальные уравнения
- Информатика и программирование
- Линейная алгебра
- Математический анализ

1.2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Имитационное моделирование экономических процессов
- Эконометрика

1.3 ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций:

- способен анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования - ОПК-2
- способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности - ОПК-3

Примечание: Детальное описание компетенций – перечень компонентов, то есть требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения

дисциплины, технологии формирования компетенций, формы оценочных средств, уровни освоения компетенций – должно быть изложено в Карте компетенций дисциплины.

Карта компетенций дисциплины является обязательным приложением рабочей программы дисциплины.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1. ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

2.1.1. Тематический план учебной дисциплины (очная форма)

Дидактические единицы (ДЕ)	Наименование разделов и тем	Максимальная нагрузка студентов, час.	Количество аудиторных часов при очной форме обучения			Самостоятельная работа студентов, час.
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов						
ДЕ 1 (40 б.)	1. Элементы общей теории приближенных методов.	8	2			6
	2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	14	2		6	6
	3. Численные методы решения уравнений и систем нелинейных уравнений.	14	2		6	6
Текущий контроль		Контрольная работа				
ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций						
ДЕ 2 (25 б.)	4. Интерполирование функций	16	4		4	8
	5. Среднеквадратичное приближение функций	14	2		2	10
Текущий контроль		Контрольная работа				
ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.						
ДЕ 3 (35 б.)	6. Численное дифференцирование.	14	2		2	10
	7. Численное интегрирование.	14	2		2	10
	8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.	14	2		2	10
Текущий контроль		Контрольная работа				
Промежуточная аттестация		зачет				

Итого за семестр часов	108*	18		24	66
Итого за весь курс часов	108*	18		24	66
Итого за весь курс з.е.	3				

2.1.2. Тематический план учебной дисциплины (заочная форма)

Дидактические единицы (ДЕ)	Наименование разделов и тем	Максимальная нагрузка студентов, час.	Количество аудиторных часов при заочной форме обучения			Самостоятельная работа студентов, час.
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов						
ДЕ 1	1. Элементы общей теории приближенных методов.	8				8
	2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	14	2		2	10
	3. Численные методы решения уравнений и систем нелинейных уравнений.	14	2		2	10
Текущий контроль		Тестирование				
ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций						
ДЕ 2	4. Интерполирование функций	17	2		2	13
	5. Среднеквадратичное приближение функций	15			1	14
Текущий контроль		Тестирование				
ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.						
ДЕ 3	6. Численное дифференцирование.	12	1		1	10
	7. Численное интегрирование.	12	1		1	10
	8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.	12			1	11
Текущий контроль		Тестирование				
Промежуточная аттестация		Зачет, контрольная работа				

Итого за курс часов	108*	8		10	86
Итого за весь курс часов	108*	8		10	86
Итого за весь курс з.е.	3				

* - 4 часа отводится на подготовку и сдачу зачета

2.1.3. Тематический план учебной дисциплины (заочная (ускоренная) на базе ВО форма)

Дидактические единицы (ДЕ)	Наименование разделов и тем	Максимальная нагрузка студентов, час.	Количество аудиторных часов при заочной (ускоренной) на базе ВО форме обучения			Самостоятельная работа студентов, час.
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов.						
ДЕ 1	1. Элементы общей теории приближенных методов.	8				8
	2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	14	2		2	10
	3. Численные методы решения уравнений и систем нелинейных уравнений.	14	2		2	10
Текущий контроль		Тестирование				
ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций						
ДЕ 2	4. Интерполирование функций	16	2			14
	5. Среднеквадратичное приближение функций	16				12
Текущий контроль		Тестирование				
ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.						
ДЕ 3	6. Численное	12				12

	дифференцирование.				
	7. Численное интегрирование.	12			12
	8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.	12			12
Текущий контроль		Тестирование			
Промежуточная аттестация		Зачет, контрольная работа			
Итого за курс часов		108*	6	4	94
Итого за весь курс часов		108*	6	4	94
Итого за весь курс з.е.		3			

* - 4 часа отводится на подготовку и сдачу зачета

2.1.4. Тематический план учебной дисциплины (заочная (ускоренная) на базе СПО форма)

Дидактические единицы (ДЕ)	Наименование разделов и тем	Максимальная нагрузка студентов, час.	Количество аудиторных часов при заочной (ускоренной) на базе СПО форме обучения			Самостоятельная работа студентов, час.
			Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов.						
ДЕ 1	1. Элементы общей теории приближенных методов.	8				8
	2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	14	2		2	10
	3. Численные методы решения уравнений и систем нелинейных уравнений.	14	2		2	10
Текущий контроль		Тестирование				
ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций						
ДЕ	4. Интерполирование функций	16	2			14

	5. Среднеквадратичное приближение функций	16				16
Текущий контроль		Тестирование				
ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.						
ДЕ 3	6. Численное дифференцирование.	12				12
	7. Численное интегрирование.	12				12
	8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.	12				12
Текущий контроль		Тестирование				
Промежуточная аттестация		Зачет, контрольная работа				
Итого за курс часов		108*	6		4	94
Итого за весь курс часов		108*	6		4	94
Итого за весь курс з.е.		3				

* - 4 часа отводится на подготовку и сдачу зачета

2.2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.2.1. Содержание разделов учебной дисциплины

ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов.

Тема 1. Элементы общей теории приближенных методов.

Аудиторное изучение: Источники, классификация и виды погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Предельная абсолютная и предельная относительная погрешности. Определение количества верных значащих цифр результата вычислений. Погрешности суммы, разности, произведения, частного, степени и корня. Общая формула для погрешности.

Самостоятельное изучение: Понятие вычислительного алгоритма. Требования к вычислительному алгоритму. Устойчивость, корректность и сложность алгоритма, сходимость.

Тема 2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Аудиторное изучение: Теоретическое введение: линейное нормированное пространство, норма вектора, нормы матрицы. Обусловленность СЛАУ. Число обусловленности матрицы. Прямые и итерационные методы. Метод Гаусса. Вычисление определителей и обращение матрицы методом Гаусса. Метод итераций и метод Зейделя, условия сходимости и оценка погрешности. Приведение системы линейных уравнений к виду, удобному для итераций.

Самостоятельное изучение: Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей.

Тема 3. Численные методы решения уравнений и систем нелинейных уравнений.

Аудиторное изучение: Формулировка рассматриваемой задачи. Отделение корней: графический и аналитический методы. Уточнение корней. Метод половинного деления. Метод итераций для одного уравнения с одним неизвестным. Метод Ньютона (метод касательных). Условия сходимости методов и оценка погрешностей. Метод итераций и метод Ньютона для системы нелинейных уравнений.

Самостоятельное изучение: Метод хорд.

ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций

Тема 4. Интерполирование функций

Аудиторное изучение: Постановка задачи интерполирования. Теорема существования и единственности обобщенного интерполяционного многочлена. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности интерполирования. Разделенные разности и их свойства. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции. Оценки погрешностей интерполяционных формул Ньютона.

Самостоятельное изучение: Линейная интерполяция. Интерполяция сплайнами.

Тема 5. Среднеквадратичное приближение функций

Аудиторное изучение: Интегральное среднеквадратичное приближение функций обобщенными многочленами. Метод наименьших квадратов. Подбор коэффициентов линейной зависимости. Функции приводимые к линейной. Аналитический способ выбора эмпирических формул для нелинейных зависимостей

Самостоятельное изучение: Среднеквадратичное приближение функций тригонометрическими многочленами. Точечное среднеквадратичное приближение функций ортогональными многочленами. Ортогональные многочлены Чебышева.

ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 6. Численное дифференцирование.

Аудиторное изучение: Постановка задачи численного дифференцирования. Интерполяционный подход. Вычисление производных на основании многочлена Лагранжа. Оценка погрешности численного дифференцирования. Полная вычислительная погрешность численного дифференцирования

Самостоятельное изучение: Вычисление производных на основании многочлена Ньютона. Метод неопределённых коэффициентов.

Тема 7. Численное интегрирование.

Аудиторное изучение: Постановка задачи численного интегрирования. Простейшие и составные квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Погрешность квадратурных формул. Правило Рунге практической оценки погрешности. Квадратурные формулы Гаусса. Сравнение методов

интегрирования.

Самостоятельное изучение: Формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул.

Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Аудиторное изучение: Общие сведения. Постановка задачи. Задача Коши. Метод Эйлера. Исправленный и модифицированный методы Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Метод Адамса. Оценка погрешностей и выбор шага.

Самостоятельное изучение: Методы Эйлера и Рунге-Кутты для системы дифференциальных уравнений первого порядка.

2.2.2. Лабораторный практикум

ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов

Тема 2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Решение систем линейных алгебраических уравнений – 6 ч.

Тема 3. Численные методы решения уравнений и систем нелинейных уравнений

Отделение корней уравнений с одной переменной – 4 ч..

Приближенное вычисление корней системы нелинейных уравнений – 2 ч.

ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций

Тема 4. Интерполирование функций.

Интерполирование функций – 4 ч.

Тема 5. Среднеквадратичное приближение функций

Аппроксимация функций. Методы обработки экспериментальных данных – 2 ч.

ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 6. Численное дифференцирование.

Численное дифференцирование – 2 ч.

Тема 7. Численное интегрирование.

Приближенное вычисление определенных интегралов – 2 ч.

Тема 8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка – 2 ч.

2.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

2.3.1. Виды самостоятельной работы студента

Номер ДЕ	Виды самостоятельной работы студента	Часы			
		очная	заочная	заочная (ускоренная) на базе ВО	заочная (ускоренная) на базе СПО
1	Чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к лабораторным работам, самостоятельное изучение материала, подготовка к контрольной работе, подготовка к тестированию, подготовка к зачёту	18	28	28	28
2	Чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к лабораторным работам, самостоятельное изучение материала, подготовка к контрольной работе, подготовка к тестированию, подготовка к зачёту	18	27	26	30
3	Чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к лабораторным работам, самостоятельное изучение материала, подготовка к аудиторной контрольной работе, подготовка к тестированию, подготовка к зачёту	30	31	36	36

2.4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.4.1 Основная литература

4. Зализняк, В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учебник и практикум для академического бакалавриата/ В.Е. Зализняк. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 356с.

5. Пирумов, У.Г. Численные методы: учебник и практикум для академического бакалавриата/ У.Г. Пирумов [и другие]; под ред. У.Г. Пирумова, – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 421с.

2.4.2 Дополнительная литература

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков – изд. 7-е – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. – 636 с.

2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А. Марон Э.З. Шувалова – изд. 5-е стер. – М.: Лань, 2010. – 400 с.

3. Зенков, А.В. Численные методы: учеб. пособие для академического бакалавриата/ А.В. Зенков. — М.: Издательство Юрайт, 2017. – 122с.

4. Шевченко А.С. Численные методы. – Барнаул: Изд-во Алт. Ун-та, 2016.– 388с.

2.4.3 Методические издания

1. Численные методы – ЭУМКД. – URL <https://moodle.rb.asu.ru:84/moodle/course/view.php?id=113>

2.4.4 Базы данных, интернет-ресурсы, информационно-справочные и поисковые системы

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Электронная библиотека [Электронный ресурс]: инф. система. – М.: ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика", 2005-2017. – Режим доступа: <http://www.window.edu.ru>, свободный. – Загл. с экрана

2. Интернет-университет информационных технологий – дистанционное образование – INTUIT.ru [Электронный ресурс]: офиц. сайт. – М.: Открытые системы, 2003-2017. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru>, свободный. - Загл. с экрана

3. Поисковые системы: Google, Yandex, Rambler.

4. Университетская библиотека On-line [Электронный ресурс], М.: Издательство «Директ-Медиа», 2001-2017. Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>. – Загл. с экрана
5. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс], СПб.: Издательство Лань, 2017. Режим доступа: <http://e.lanbook.com>. – Загл. с экрана.

2.5. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.5.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий:

Аудитории для проведения интерактивных занятий: видеопроектор, экран настенный, др. оборудование и компьютерный класс для проведения лабораторно-практических занятий.

2.5.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:

Рабочее место преподавателя должно быть оснащено видеопроектором подключённым к компьютеру с установленным программным обеспечением указанным в пункте 2.5.4. Рабочие места обучающихся должны быть оборудованы компьютерами с установленным программным обеспечением указанным в пункте 2.5.4.

2.5.3. Требования к специализированному оборудованию отсутствуют.

2.5.4. Требования к программному обеспечению учебного процесса

Необходимое программное обеспечение
Windows 7 Professional Service Pack 1
Microsoft Excel 2010
Microsoft PowerPoint 2010
Microsoft Word 2010
Borland Delphi 7
Borland Pascal 7.1
Microsoft Visual Studio Professional 2013 32-bit (Russian)

2.6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

30 % – интерактивных занятий от объема аудиторных занятий (в соответствии с требованиями ФГОС)

№ ДЕ	Виды учебной работы	Образовательные технологии	Особенности проведения занятий
1	лекции, лабораторные работы	лекция-визуализация, лекция-исследование, презентация с использованием видеопроектора, компьютерная симуляция	групповые, индивидуальные
2	лекции, лабораторные работы	лекция-визуализация, лекция-исследование, презентация с использованием видеопроектора, компьютерная симуляция	групповые, индивидуальные
3	лекции, лабораторные работы	лекция-визуализация, лекция-исследование, презентация с использованием видеопроектора, компьютерная симуляция	групповые, индивидуальные

2.7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания студентам очной формы обучения:

Методика изучения дисциплины строится из следующих элементов:

- теоретическая часть (лекция);
- лабораторные работы;
- самостоятельная работа;
- текущий контроль – контрольная работа;
- промежуточная аттестация – зачет.

Лекция – систематическое, последовательное изложение преподавателем учебного материала, какого-либо вопроса, темы, раздела, предмета, методов науки.

На лекциях важно внимательно слушать лектора, отмечать наиболее существенную информацию и кратко записывать ее в тетрадь. По ходу лекции важно подчеркивать новые термины, устанавливать их взаимосвязь с понятиями, научиться использовать новые понятия в учебной деятельности.

В процессе подготовки к лабораторным работам необходимо изучить лекционный материал, соответствующий теме занятия и рекомендованный преподавателем материал из основной и дополнительной литературы.

Лабораторные работы – как обязательный элемент образовательного процесса по данной дисциплине, призван закрепить полученные теоретические знания и обеспечить формирование основных навыков и умений практической работы. Они проводятся по мере изучения теоретического материала и выполняются индивидуально каждым студентом.

В процессе обучения проводится текущий контроль знаний студентов с помощью письменных контрольных работ.

Аудиторная самостоятельная работа студентов по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Она включает текущие консультации.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Она включает: формирование и усвоение содержания конспекта лекций, а также самостоятельное изучение отдельных вопросов на базе рекомендованной преподавателем учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки); подготовка к лабораторным и контрольным работам.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Методические указания студентам заочной формы обучения:

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, решение задач, самопроверка, выполнение контрольной работы, выполнение лабораторных работ. Кроме того, студент может обращаться к преподавателю с вопросами для получения письменной или устной консультации.

Во время сессий для студентов-заочников организуются лекции и лабораторные работы. Они носят по преимуществу обзорный характер. Их цель — обратить внимание на общую схему построения соответствующего раздела курса, подчеркнуть важнейшие места, указать главные практические приложения теоретического материала.

Текущий контроль знаний студентов – теоретических и практических – производится по результатам тестирования. Для тестирования используются тесты, размещенные в банке системы Moodle. По завершению тестирования студент сразу видит результат в баллах и количество успешно пройденных заданий.

В процессе изучения дисциплины «Численные методы» студент должен выполнить контрольную работу. Рецензия на работу позволяет студенту судить о степени усвоения им соответствующих разделов, указывает на имеющиеся пробелы, помогает сформулировать вопросы для консультации. Зачет по контрольной работе выставляется по результатам рецензирования и собеседования. Перед собеседованием студент обязан исправить в работе ошибки, отмеченные рецензентом. Зачет по контрольной работе является обязательным для допуска к сдаче экзамена, который предусмотрен учебным планом.

Завершающим этапом изучения курса является сдача зачета в соответствии с учебным планом. На зачете выясняется усвоение основных теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. При подготовке к зачету учебный материал рекомендуется повторять по учебнику и конспекту.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Рубцовский институт (филиал) федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Алтайский
государственный университет»**

Кафедра Математики и прикладной информатики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Численные методы

(наименование дисциплины)

09.03.03 Прикладная информатика

(код и наименование направления)

Прикладная информатика в экономике, прикладная информатика в
юриспруденции

(профиль)

Разработчик:

Доцент кафедры математики и
прикладной информатики

должность

Шевченко А.С.

подпись

ФИО

Рубцовск 2017

Визирование ФОС для исполнения в очередном учебном году

Фонд оценочных средств пересмотрен, обсужден и одобрен для исполнения
в _____ - _____ учебном году на заседании кафедры _____

Внесены следующие
изменения и дополнения:

Протокол от _____ № _____
Зав. кафедрой _____
фио, должность

Визирование ФОС для исполнения в очередном учебном году

Фонд оценочных средств пересмотрен, обсужден и одобрен для исполнения
в _____ - _____ учебном году на заседании кафедры _____

Внесены следующие
изменения и дополнения:

Протокол от _____ № _____
Зав. кафедрой _____
фио, должность

Визирование ФОС для исполнения в очередном учебном году

Фонд оценочных средств пересмотрен, обсужден и одобрен для исполнения
в _____ - _____ учебном году на заседании кафедры _____

Внесены следующие
изменения и дополнения:

Протокол от _____ № _____
Зав. кафедрой _____
фио, должность

Визирование ФОС для исполнения в очередном учебном году

Фонд оценочных средств пересмотрен, обсужден и одобрен для исполнения
в _____ - _____ учебном году на заседании кафедры _____

Внесены следующие
изменения и дополнения:

Протокол от _____ № _____
Зав. кафедрой _____
фио, должность

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Перечень формируемых компетенций:

КАРТА КОМПЕТЕНЦИЙ ДИСЦИПЛИНЫ					
НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ					
Цель дисциплины		формирование у студентов профессиональных компетенций, направленных на изучение численных методов решения задач алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, а также освоение методологических подходов разработки численных вычислений и изучение основных методов для решения задач исследовательского и прикладного характера.			
Задачи		освоение численных методов решения нелинейных уравнений и систем, систем линейных уравнений, теории интерполирования, численного дифференцирования и интегрирования, использование численных методов для обработки экспериментальных данных, численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений в постановке задач Коши и краевых задач, численных методов решения уравнений с частными производными.			
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие					
Общекультурные компетенции: (перечислить все компетенции для данной дисциплины)*					
КОМПЕТЕНЦИИ*		Перечень компонентов	Технологии формирования*	Форма оценочного средства***	Уровни освоения компетенций
Индекс компетенции	Формулировка				
ОПК-2	Способен анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	Знать : основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: элементы теории погрешностей, приближение функций и их производных, численное дифференцирование и интегрирование функций, численные методы	<i>Лекция, лабораторная работа, самостоятельная работа</i>	Кр, ТСк, Зач	Пороговый уровень Знать: принципы построения численных методов решения экономических задач Уметь: использовать основные численные методы решения математических задач Владеть: навыками работы с программными средствами профессионального назначения Повышенный уровень Знать: основные приемы программирования и использования современных

		решения систем линейных алгебраических уравнений, методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений Уметь: оценивать область применения численных методов, эффективность и погрешность численного решения Владеть: основными численными методами решения математических задач.			интегрированных пакетов прикладных программ по численным методам для автоматизации решения инженерно - технических задач на ПЭВМ Уметь: разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата Владеть: навыками использования современного ППО для реализации основных численных методов .
ОПК-3	Способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	Знать : основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: элементы теории погрешностей, приближение функций и их производных, численное дифференцирование и	<i>Лекция, лабораторная работа, самостоятельная работа</i>	Кр, ТСК, Зач	Пороговый уровень Знать: основные численные методы и алгоритмы решения математических задач; Уметь: разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата; Владеть: основными численными методами решения математических задач;

		интегрировании функций, численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений Уметь: разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата; оценивать область применения численных методов, эффективность и погрешность численного решения Владеть: основными численными методами решения математических задач, навыками работы с программными			Повышенный уровень Знать: элементы теории погрешностей, численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; Уметь: оценивать область применения численных методов, эффективность и погрешность численного решения; Владеть: навыками работы с программными средствами профессионального назначения.
--	--	---	--	--	---

		средствами профессионального назначения.			
--	--	--	--	--	--

* Индекс и формулировка компетенции из ФГОС

****Технологии формирования:** лекция, самостоятельная работа, семинар, лабораторные работы, практические занятия, производственная практика, преддипломная практика, выполнение ВКР

***** Форма оценочного средства:** коллоквиум Кл; контрольная работа Кнр; собеседование Сб; тестирование письменное, компьютерное ТСП, ТСК; типовый расчет Тр; индивидуальные домашние задания ИДЗ; выполнение расчетно-графических работ (%) РГР; внеаудиторное чтение (в тыс. знаков) Вч; реферат Реф; эссе Э; защита лабораторных работ ЗРЛ; курсовая работа КР; курсовой проект КП; научно-исследовательская работа НИРС; отчеты по практикам ОП; зачет Зач; экзамен Экз; государственный экзамен ГЭ; защита практики Зп; выступление на семинаре С; защита выпускной квалификационной работы Звкр.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Количество таблиц с критериями оценивания зависит от количества используемых оценочных средств (типовых контрольных заданий) и определяется преподавателем самостоятельно.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	76-90	61-75	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Положение об организации рейтинг - контроля при балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов в Рубцовском институте (филиале) АлтГУ (приказ №144/п от 28.06.2017 г.)

Оценивание выполнения контрольных работ

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения контрольных работ;	При решении контрольной работы студентом правильно решено более чем на 90% заданий.
Хорошо (базовый уровень)	2. Своевременность выполнения задания;	При решении контрольной работы студентом правильно решено от 76% и до 90% заданий.
Удовлетворительно (пороговый уровень)	3. Последовательность и рациональность выполнения задания;	При решении контрольной работы студентом правильно решено от 61% и до 75% заданий.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)	4. Самостоятельность решения;	При решении контрольной работы студентом правильно решено менее 60% заданий.

Оценивание выполнения тестов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения тестовых заданий; 2. Своевременность выполнения;	выполнено более 90% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
Хорошо (базовый уровень)	3. Правильность ответов на вопросы; 4. Самостоятельность тестирования;	выполнено от 76% и до 90% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		выполнено от 61% и до 75% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		выполнено менее 60% заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

Оценивание выполнения контрольной работы студентов заочной формы обучения

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Зачтено	1. Полнота	При решении контрольной

	выполнения контрольной работы;	работы студентом правильно решено больше 60% заданий.
Не зачтено	2. Своевременность выполнения задания; 3. Последовательность и рациональность выполнения задания;	При решении контрольной работы студентом правильно решено менее или равно 60% заданий.

Оценивание ответа на зачете

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Зачтено	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания; 3. Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); 4. Самостоятельность ответа; 5. Культура речи;	Студент прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при

		выполнении контрольной работы, систематическая активная работа на лабораторных работах.
Не зачтено		Студент не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Перечень заданий /вопросов

ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов. Математические программные системы

Задача 1.

1. Дано приближенное число x и его абсолютная погрешность Δx . Определить относительную погрешность и какие значащие цифры приближенного числа будут верными в широком (узком) смысле.

2. Дано приближенное число x и его относительная погрешность $\delta(x)$. Определить абсолютную погрешность и какие значащие цифры приближенного числа будут верными в широком (узком) смысле.

3. Дано приближенное число x и известно, что у этого числа n верных значащих цифры в широком (узком) смысле. Оценить абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях. Определить предельную абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях.

4. Определить, какое равенство точнее.

5. Дана функция. а) Запишите порядок выполняемых вами операций, оцените погрешности их результатов, вычислите и оцените погрешность искомого значения. б) Определите число верных знаков в результате (Прямая задача). в) Выясните погрешность задания исходных данных, необходимую для получения результата с n верными значащими цифрами (Обратная задача).

№ варианта	Задания
1	1. $x = 1.109$, $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$ 2. $x = 0.3771$, $\delta(x) = 1\%$ 3. $x = 1.72911$, $n = 3$ 4. $\sqrt{66} = 6.63$, $\frac{19}{41} = 0.463$ 5. $x = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a = 3.85 \pm 0.01$, $b = 2.0435 \pm 0.0004$, $c = 962.6 \pm 0.1$

2	1. $x = 1.609, \Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$ 2. $x = 0.377766, \delta(x) = 0.5\%$ 3. $x = 12.72916, n = 4$; 4. $\sqrt{30} = 5.48, \frac{7}{15} = 0.467$ 5. $x = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2, a = 4.3 \pm 0.05, b = 17.21 \pm 0.02,$ $c = 8.2 \pm 0.05, m = 12.417 \pm 0.003, n = 8.37 \pm 0.005$
3	1. $x = 1.209, \Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$ 2. $x = 0.3772, \delta(x) = 1\%$ 3. $x = 10.7292, n = 5$ 4. $\sqrt{10.5} = 3.24, \frac{4}{17} = 0.235$ 5. $x = \frac{\sqrt{ab}}{c}, a = 228.6 \pm 0.06, b = 86.4 \pm 0.02, c = 68.7 \pm 0.05$
4	1. $x = 1.709, \Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$ 2. $x = 0.3777, \delta(x) = 0.5\%$ 3. $x = 102.7297, n = 6$ 4. $\sqrt{10} = 3.16, \frac{15}{7} = 2.14$ 5. $x = \frac{(a+b)m^3}{c-d}, a = 13.5 \pm 0.02, b = 3.7 \pm 0.02,$ $c = 34.5 \pm 0.005, m = 4.22 \pm 0.004, d = 23.725 \pm 0.005$

Задача 2. Решить систему уравнений и вычислить определитель методом Гаусса.

№ варианта	Коэффициенты при неизвестных:				Свободный член
	X1	X2	X3	X4	
1	8.30	2.62	4.10	1.90	-10.65
	3.92	8.45	7.78	2.46	12.21
	3.77	7.21	8.04	2.28	15.45
	2.21	3.65	1.69	6.99	-8.35

2	7.5	2.6	1.3	8.1	5.7
	6.4	3.3	-2.4	1.7	-2.1
	0.1	-2.3	0.8	-5.7	4.6
	8.2	0.1	-5.3	-7.6	5.1
3	6.5	3.8	-4.1	1.2	9.92
	7.1	-2.7	-1.4	1.4	6.95
	-1.8	-1.0	4.3	1.3	7.91
	1.5	-3.4	7.8	-1.8	15.09
4	-3.0	2.0	-4.0	5.0	12.29
	2.0	-1.0	1.0	-11.5	-12.69
	1.0	-3.0	-2.0	2.7	13.10
	5.0	-1.0	3.0	7.8	56.93

Задача 3. Привести систему линейных уравнений к итерационному виду. Доказать сходимость итерационного процесса. Прodelать вручную три итерации (методами Якоби и Зейделя).

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
1.	$\begin{cases} 3x + 7y + 2z = -1 \\ x + y - 4z = 3 \\ 7x + y - 3z = 10 \end{cases}$	3	$\begin{cases} 3x + 5y + 2z = 0 \\ x + 2y - 4z = 9 \\ 4x + y - 3z = 17 \end{cases}$
2.	$\begin{cases} 3x + 5y - z = 6 \\ x + 3y - 4z = -4 \\ 4x + y + 3z = 11 \end{cases}$	4.	$\begin{cases} 3x + 5y - z = 9 \\ x + 3y - 4z = -3 \\ 4x + y + 3z = 15 \end{cases}$

Задача 4. Найти корни нелинейного уравнения $f(x)=0$: а) методом половинного деления; б) методом Ньютона (методом касательных) с точностью $\varepsilon=0.001$. Сравнить число итераций до достижения заданной точности в первом и втором методах.

№ варианта	Уравнение	№ варианта	Уравнение
1	$\sqrt{x} - 2 \cos \frac{\pi}{2} x = 0$	3	$x^2 + \cos x - 2 = 0$
2	$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} x - x - 3 = 0$	4	$x - \arccos x = 0$

Перечень заданий /вопросов

ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций

Задача 1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке x .

№	Значения функции								x
1	x y	0.03 0.0296	0.38 0.3221	0.59 0.4637	0.64 0.4947	0.79 0.5822	0.86 0.6206	0.97 0.6780	0.5
2	x y	0.03 1.0335	0.34 1.4529	0.58 1.8912	0.69 2.1341	0.84 2.5164	1.15 3.5374	1.78 7.0677	1.3
3	x y	0.03 0.9996	0.24 0.9713	0.59 0.8309	0.64 0.8021	0.79 0.7038	0.86 0.6524	0.97 0.5653	0.1
4	x y	0.01 0.0101	0.35 0.4967	0.64 1.2137	0.99 2.6643	1.06 3.0596	1.67 8.8713	1.79 10.7211	1.5

Задача 2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое задание функции $y = f(x)$.

№ варианта	1	2	3	4
Значение функции	$\ln(1+x)$	3^x	$\cos(x)$	xe^x

Задача 3. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу указанного вида для зависимости x и y , заданной таблицей и дать прогноз на три шага вперед.

1.

x	0	1	1,5	2,5	3	4,5	5	6	Общий вид зависимости $y = ax + b$
y	0	67	101	168	202	310	334	404	

2.

x	1	0,5	0,3	0,25	0,2	0,17	0,14	0,12	Общий вид зависимост и $y = a + \frac{b}{x}$
y	3	2	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	

3.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	Общий вид зависимост и $y = a + b \ln x$
y	521	308	240	204	183	175	59	152	

4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	Общий вид зависим ости $y = ax^b$
	56,9	67,3	81,6	201	240	474	490	518	

Задача 4. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках x .

№ варианта	Исходные данные		№ варианта	Исходные данные	
1	$x_0=0.35$ $x_1=0.48$ $x_2=0.97$ $x_3=1.08$ $x_4=1.18$ $x_5=1.40$ $x_6=1.71$ $x_7=1.74$ $x_8=2.09$ $x_9=2.46$ $x_{10}=2.69$	$y_0=1.419$ $y_1=1.616$ $y_2=2.637$ $y_3=2.944$ $y_4=3.254$ $y_5=4.055$ $y_6=5.528$ $y_7=5.697$ $y_8=8.084$ $y_9=11.70$ $y_{10}=14.73$	2	$x_0=0.38$ $x_1=0.49$ $x_2=0.99$ $x_3=1.09$ $x_4=1.19$ $x_5=1.40$ $x_6=1.71$ $x_7=1.72$ $x_8=2.04$ $x_9=2.38$ $x_{10}=2.53$	$y_0=1.462$ $y_1=1.632$ $y_2=2.691$ $y_3=2.974$ $y_4=3.287$ $y_5=4.055$ $y_6=5.528$ $y_7=5.584$ $y_8=7.690$ $y_9=10.804$ $y_{10}=12.553$
	$x=0.58; x=1.58;$			$x=2.95; x=1.95$	
3	$x_0=0.32$ $x_1=0.73$ $x_2=0.97$ $x_3=1.13$ $x_4=1.52$ $x_5=1.57$ $x_6=2.02$ $x_7=2.52$ $x_8=2.96$ $x_9=3.40$ $x_{10}=3.79$	$y_0=1.377$ $y_1=2.075$ $y_2=2.637$ $y_3=3.095$ $y_4=4.572$ $y_5=4.806$ $y_6=7.538$ $y_7=12.428$ $y_8=19.297$ $y_9=29.964$ $y_{10}=44.25$ 6	4	$x_0=0.14$ $x_1=0.28$ $x_2=0.57$ $x_3=1.00$ $x_4=1.22$ $x_5=1.36$ $x_6=1.73$ $x_7=1.74$ $x_8=2.11$ $x_9=2.49$ $x_{10}=2.74$	$y_0=1.150$ $y_1=1.323$ $y_2=1.768$ $y_3=2.718$ $y_4=3.387$ $y_5=3.896$ $y_6=5.640$ $y_7=5.697$ $y_8=8.248$ $y_9=12.061$ $y_{10}=15.486$
	$x=2.80; x=3.80$			$x=0.80; x=1.80$	

Перечень заданий /вопросов

ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Задача 1

1. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$\int_b^a f(x)dx$ от заданной функции (см. таблицу 1) по обобщенной формуле

трапеций, если число частичных отрезков задано: $n=20$. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

2. Вычислить этот же интеграл по формуле средних прямоугольников. Оценить погрешность вычислений. Сравнить точность полученных по разным формулам результатов.

3. Вычислить определенный интеграл $\int_b^a f(x)dx$ от заданной функции

(см. таблицу 2) с точностью до $\varepsilon=10^{-6}$ по общей формуле Симпсона.

4. Вычислить интеграл $\int_b^a f(x)dx$ от заданной функции (см. таблицу 3) по

формуле Гаусса (при $n_1 = 4$ и $n_2 = 5$).

Таблица 1

№	$f(x)$	a	b
1	$-\frac{4}{(1+8x)^2}$	0	3
2	$\frac{5}{(4x-3)^3}$	4	6
3	$\frac{12}{(4x-9)^2}$	0	1
4	$\frac{17}{(1-3x)^3}$	-3	-1

Таблица 2

	$f(x)$	a	b
1	$\frac{x}{\sqrt{1+x^3}}$	0.8	1.8
2	$\frac{x}{\sqrt{6-x^3}}$	0.8	1.8
3	$\sqrt{x+x^3}$	0.6	1.6
4	$\sqrt{x+x^4}$	3	4

Таблица 3

№	$f(x)$	a	b
1	$\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$	-0.5	1.3
2	$\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$	2	3.2
3	$\frac{x^2+0.5}{\sqrt{x^2+1}}$	0.5	1.6
4	$\frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$	2.2	3.4

Задача 2. Применяя метод Эйлера, его модификации и метод Рунге-Кутты численно решить на отрезке $[a, b]$:

1. дифференциальное уравнение 1-го порядка $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0) = y_0$ (см. таблицу 4);

2. систему дифференциальных уравнений 1-го порядка $\begin{cases} y' = f_1(x, y, z) \\ z' = f_2(x, y, z) \end{cases}$, удовлетворяющую начальным условиям: $y(x_0) = y_0$, $z(x_0) = z_0$ (см. таблицу 5).

Таблица 4

№ вариант a	Уравнение	x_0	y_0	a	b	h
1	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$	1.8	2.6	1.8	2.8	0.1
2	$y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$	1.7	5.3	1.7	2.7	0.1
3	$y' = x + \cos \frac{y}{e}$	1.4	2.5	1.4	2.4	0.1
4	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$	2.1	2.5	2.1	3.1	0.1

Таблица 5

№ варианта	Система	x_0	y_0	z_0	a	b	h
1	$y' = (z - y)x$ $z' = (z + y)x$	0	1	1	0	1	0.1
2	$y' = -yz + \frac{\sin x}{x}$ $z' = -z^2 + \frac{3x}{1+x^2}$	0.1	0	-0.4	0	1	0.1
3	$y' = z - (0.2y + 0.8z)y$ $z' = e^y - (y + 0.2z)y$	0	1	0	0	3	0.3
4	$y' = z - (y + 0.2z)y$ $z' = e^y - (y - z)y$	0	1	0	0	1	0.1

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**Перечень заданий**

ДЕ 1. Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов. Математические программные системы

Вопрос 1

Заданы два приближенных числа $a = 2 \pm 0,1$, $b = 1,2 \pm 0,05$. Тогда предельная абсолютная погрешность разности этих чисел равна...

- 0,15
- 0,05
- 0,1

Вопрос 2

Предельная абсолютная погрешность числа $a = 25,146$, у которого все цифры верные (в широком смысле) равна...

- 0,0001
- 0,001
- 0,0005
- 0,00005

Вопрос 3

Количество верных значащих цифр (в широком смысле) для приближенного числа $4,214 \pm 0,05$ равно

- 2
- 3
- 4

Вопрос 4

Заданы два приближенных числа $a = 4 \pm 0,1$, $b = 2 \pm 0,1$. Тогда предельная абсолютная погрешность произведения этих чисел равна...

- 0,6
- 0,01
- 0,2

Вопрос 5

Заданы два приближенных числа $a = 8 \pm 0,2$, $b = 4 \pm 0,1$. Тогда предельная абсолютная погрешность частного $\frac{a}{b}$ этих чисел равна...

- 0,1
- 0,05
- 0,6

Вопрос 6

Заданы два приближенных числа $a = 2 \pm 0,05$, $b = 3 \pm 0,05$. Тогда предельная относительная погрешность разности этих чисел равна...

- 0,1
- 0,2
- -0,1
- 0

Вопрос 7

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 45,4 = 0$ на отрезке $[0;8]$ требуют последовательного вычисления значений функции $f(x) = x^2 - 45,4$ в точках...

- $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 7$
- $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 5$
- $x_1 = 5$; $x_2 = 6$; $x_3 = 7$
- $x_1 = 4$; $x_2 = 7$; $x_3 = 6$

Вопрос 8

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 5,93 = 0$ на отрезке $[0;8]$ требуют последовательного вычисления значений функции $f(x) = x^2 - 5,93$ в точках...

- $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 5$
- $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$
- $x_1 = 4$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$
- $x_1 = 4$; $x_2 = 3$; $x_3 = 2$

Вопрос 9

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 5,29 = 0$ на отрезке $[0;8]$ требуют последовательного вычисления значений функции $f(x) = x^2 - 5,29$ в точках...

- $x_1 = 4$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$
- $x_1 = 4$; $x_2 = 3$; $x_3 = 2$
- $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 5$
- $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$

Вопрос 10

Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализован на интервале $[-2;2]$, тогда при уточнении этого корня методом хорд за точку x_0 начального приближения следует принять ...

- $x_0 = -2$
- $x_0 = 2$
- $x_0 = 0$
- $x_0 = 1$

Вопрос 11

Один из корней уравнения $x^3 - 27x + 8 = 0$ локализован на интервале $[-6;-3]$, тогда при уточнении этого корня методом хорд за точку x_0 начального приближения следует принять ...

- $x_0 = -6$

- $x_0 = 6$
- $x_0 = 3$
- $x_0 = -3$

Вопрос 12

Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализован на интервале $[-4; -2]$, тогда при уточнении этого корня методом Ньютона за точку x_0 начального приближения следует принять ...

- $x_0 = -2$
- $x_0 = -4$
- $x_0 = 4$
- $x_0 = 2$

Вопрос 13

Один из корней уравнения $x^3 - 27x + 8 = 0$ локализован на интервале $[-6; -3]$, тогда при уточнении этого корня методом Ньютона за точку x_0 начального приближения следует принять ...

- $x_0 = -3$
- $x_0 = 3$
- $x_0 = -6$
- $x_0 = 6$

Вопрос 14

Действительный корень уравнения $x^3 + 2x - 1$ принадлежит интервалу...

- $\left(0; \frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$
- $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$
- $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Вопрос 15

Действительный корень уравнения $x^3 + 4x - 1$ принадлежит интервалу...

• $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

• $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

• $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

• $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Вопрос 16

Действительный корень уравнения $x^3 + 6x - 1$ принадлежит интервалу...

• $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

• $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

• $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

• $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Вопрос 17

Известна матрица α системы линейных алгебраических уравнений, приведенной к нормальному виду

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -0,125 & -0,125 \\ -0,2 & 0 & 0,2 \\ -0,2 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$$

Правда ли, итерационный процесс решения системы уравнений сходится?

Вопрос 18

Известна матрица α системы линейных алгебраических уравнений, приведенной к нормальному виду

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 & 0 \end{pmatrix}$$

Правда ли, итерационный процесс решения системы уравнений сходится?

Вопрос 19

Известна матрица α системы линейных алгебраических уравнений, приведенной к нормальному виду

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0,9 & 0,3 \\ 0,1 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$$

Правда ли, итерационный процесс решения системы уравнений сходится?

Вопрос 20

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0,5$, $\|\beta\| = 0,4$. Методом простых итераций проведено три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна...

- 0,1
- 0,05
- 0,15

Вопрос 21

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0,7$, $\|\beta\| = 0,5$. Методом простых итераций проведено три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна...

- 0,2
- 0,04
- 0,4

Вопрос 22

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0,7$, $\|\beta\| = 0,2$. Методом простых итераций проведено три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна...

- 0,2
- 0,16
- 0,12

Вопрос 23

Итерационный процесс решения системы линейных алгебраических уравнений сходится, если для нормы матрицы α , нормализованной линейной системы выполняется условие...

- $\|\alpha\| < 1$
- $\|\alpha\| > 1$
- $\|\alpha\| = 1$

Вопрос 24

В чем выражается обычно относительная погрешность?

- В процентах (%)
- В процентах на единицу (%/ед.)
- В штуках (шт)
- В x (х)

Вопрос 25

К несуществующим видам погрешностей относится

- Неустраняемая погрешность
- Погрешность метода
- Вычислительная погрешность
- Результирующая погрешность

Вопрос 26

Предельная относительная погрешность произведения находится по формуле

- $\delta(xy) = \delta x + \delta y$
- $\delta(xy) = \delta x - \delta y$
- $\delta(xy) = \delta x * \delta y$
- $\delta(xy) = \delta x / \delta y$

Вопрос 27

В чем заключается задача отделения корней?

- В установлении количества корней
- В установлении количества корней, а так же наиболее тесных промежутков, каждый из которых содержит только один корень.
- В установлении корня решения уравнения
- В назначении количества корней

Вопрос 28

К методам уточнения корней не относится ...

- Метод дихотомии
- Метод хорд
- Метод касательных
- Метод аппроксимации

Вопрос 29 Суть комбинированного метода хорд и касательных?

- Метод хорд и касательных дают приближения к корню с разных сторон.
- При реализации метода при каждой итерации необходимо вычислять не только значения $F(x)$, но и ее производной.
- Метод ограничивается вычислениями только значения $F(x)$.
- Нет правильного ответа

Вопрос 30 К какой категории методов вычислительной математики относится метод Гаусса?

- Относится к первому классу точных задач.
- Относится ко второму классу приближенных методов.
- Относится к точным методам.
- Относится к приближенным задачам.

Вопрос 31 Невязка – это...

- Значение разностей между свободными членами исходной системы.
- Значение суммы между свободными членами исходной системы и результатами подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных
- Значение суммы результатов подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных
- Значение разностей между свободными членами исходной системы и результатами подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных.

Перечень заданий

ДЕ 2. Аппроксимация и интерполяция функций

Вопрос 1

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	4	8

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту

функцию равен

- $P(x) = x^2 - x + 2$
- $P(x) = x^2 - 2x + 3$
- $P(x) = x^2 - 3x + 4$
- $P(x) = x^2 - 4x + 5$

Вопрос 2

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	3	6

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

- $P(x) = x^2 - 2x + 3$
- $P(x) = x^2 - x + 2$
- $P(x) = x^2 - 3x + 4$
- $P(x) = x^2 - 4x + 5$

Вопрос 3

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	1	2

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен...

- $P(x) = x^2 - 2x + 3$
- $P(x) = x^2 - 4x + 5$
- $P(x) = x^2 - x + 2$
- $P(x) = x^2 - 3x + 4$

Вопрос 4

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	4	3

Тогда ее линейная аппроксимация по методу наименьших квадратов имеет вид...

- $0,5x + 2$

- $0,5x - 1$

- $0,5x + 1$

Вопрос 5

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	3	1	2

Тогда ее линейная аппроксимация по методу наименьших квадратов имеет вид...

- $-0,5x + 3$

- $1,5x + 1$

- $-1,5x - 1$

Вопрос 6

Задачу построения приближающей функции в общем смысле называют?

- Равномерной

- Интерполяцией

- Аппроксимацией

- Нет правильного ответа

Вопрос 7

Интерполяция – это...

- Способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений

- Продолжение функции, принадлежащей заданному классу, за пределы ее области определения.

- Замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близким к исходным.

- Метод решения задач, при котором объекты разного рода объединяются общим понятием.

Вопрос 8

Найди в формуле интерполяционного многочлена Лагранжа

ошибку $L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \cdot \dots \cdot (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_n)}{(x_i-x_0) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i-x_n)}$

- $L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \cdot \dots \cdot (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_n)}{(x_i-x_0) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i-x_n)}$

- $$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \cdot \dots \cdot (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_n)}{(x_i-x_0) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i-x_n)}$$
- $$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \cdot \dots \cdot (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_n)}{(x_i-x_0) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i-x_n)}$$
- Нет ошибки в формуле

Вопрос 9

Конечными разностями первого порядка называют

- Сумму соседних узлов интерполяций
- Разность между значениями функций в соседних узлах интерполяции
- Сумму между значениями функций в соседних узлах интерполяции
- Произведение значений трех соседних узлов интерполяции

Перечень заданий

ДЕ 3. Численное интегрирование и дифференцирование. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Вопрос 1

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0	2	6	5	3	1	0

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом трапеций с шагом $h=1$ равен...

- 19
- 17
- 13
- 14

Вопрос 2

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	4	8	9	7	6	4

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом трапеций с шагом $h=1$ равен...

- 40

- 37
- 39
- 41

Вопрос 3

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0	2	7	11	12	6	2

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом Симпсона с шагом $h=1$ равен...

- 38,67
- 40,2
- 39,12
- 42,4

Вопрос 4

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	8	16	15	10	7	6

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом Симпсона с шагом $h=1$ равен...

- 58,2
- 60,7
- 62,4
- 65,3

Вопрос 5

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	4	5	6	10	9	8	6

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом Симпсона с шагом $h=1$ равен...

- 48,3
- 57,3
- 44,1
- 46,7

Вопрос 6

Численное решение задачи Коши, заданной дифференциальным уравнением $y' = \sin(x + y)$ с начальными условиями $x_0, y_0 \dots$

- существует и единственно
- не существует
- нельзя ответить однозначно

Вопрос 7

Численное решение задачи Коши, заданной дифференциальным уравнением $y' = x - y^3$ с начальными условиями $x_0, y_0 \dots$

- существует и единственно
- не существует
- нельзя ответить однозначно

Вопрос 8

Что это за формула $I = \int_a^b f(x)dx$

- Формула Ньютона - Лейбница
- Формула Ньютона - Котеса
- Формула Симпсона
- Формулы не существует

Вопрос 9

Формула Симпсона – это...

- $H_0 = \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{t(t-2)}{2t} dt$
- $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{2h}{3} (\frac{y_0 + y_{2m}}{2} + 2y_1 + y_2 + \dots + 2y_{2m-1})$
- $M_4 \frac{|b-a|h^4}{180} \leq \varepsilon$
- Формулы не существует

Вопрос 10

В основе какого метода лежит идея графического построения решения дифференциального уравнения, однако этот метод дает одновременно и способ нахождения искомой функции в численной форме?

- Метод Лагранжа
- Метод границ
- Метод Коши
- Метод Эйлера

Вопрос 11

Формула Рунге-Кутты это:

- $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$
- $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 3r_2 + 4r_3 + r_4)$
- $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{9}(2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$
- $y_{i-1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$

Вопрос 12

Что является решением дифференциального уравнения?

- Уравнение первого порядка
- Уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной
- Уравнение второго порядка
- Уравнение второго порядка, разрешенное относительно производной

ЗАДАНИЯ К ЗАЧЕТУ**Перечень заданий /вопросов****1.Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ**

1. Приближенное значение величины.
2. Абсолютная погрешность, относительная погрешность.
3. Верные, сомнительные, значащие цифры. Способы хранения цифр в памяти ЭВМ. Погрешности арифметических действий.
4. Устойчивость, корректность, сходимость.
5. Что значит решить систему уравнений?
6. Какие вы знаете группы методов решения систем линейных уравнений? Какие методы относятся к прямым методам решения систем линейных уравнений? Какие методы относятся к приближенным методам решения систем линейных уравнений?
7. В чем основное отличие точных и приближенных методов решения систем линейных уравнений?
8. Условия сходимости итерационного процесса?
9. От чего зависит скорость сходимости метода итераций?
10. Что называется корнем уравнения?
11. Что значит решить уравнение?
12. Каковы этапы решения уравнения с одной переменной?
13. Какие существуют методы решения уравнения с одной переменной?
14. Каковы достаточные условия сходимости итерационного процесса

при решении уравнения $x = \varphi(x)$ на отрезке $[a, b]$, содержащего корень, методом простой итерации?

15. Какое условие является критерием достижения заданной точности при решении уравнения $x = \varphi(x)$ методом хорд, касательных, итераций?

16. Что такое интерполяция? Что такое узлы интерполяции? В чем заключается задача отыскания интерполирующего многочлена?

17. Может ли метод Лагранжа применяться для экстраполяции?

18. Что влияет на точность интерполяции в методе Лагранжа? Можно ли добавлять новые узлы интерполяции при использовании метода Лагранжа?

19. Что значит «интерполирование вперед», «интерполирование назад»?

20. В каком случае используется численное интегрирование? Постановка задачи численного интегрирования. Какие существуют методы интегрирования функций?

21. Графическая интерпретация метода прямоугольников.

22. Графическая интерпретация метода трапеций.

23. Графическая интерпретация метода Симпсона.

24. Что значит – решить задачу Коши для дифференциальных уравнений первого порядка? Что является решением дифференциального уравнения?

25. Графическая интерпретация численного решения дифференциального уравнения. Какие существуют методы решения дифференциального уравнения в зависимости от формы представления решения?

2. Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений?

2. Метода простой итерации для решения систем уравнений?

3. Как привести систему к виду с преобладающими диагональными коэффициентами?

4. Метод Зейделя для решения систем уравнений?

5. Метод половинного деления. В чем заключается геометрический смысл метода половинного деления? Всегда ли позволяет метод половинного деления вычислить отделенный корень уравнения с заданной погрешностью? Как выбираются концы отрезка следующего интервала в методе половинного деления?

6. Метод хорд. Графическая интерпретация метода.

7. Метод касательных. Графическая интерпретация метода.

8. Метод итерации. Графическая интерпретация метода.

9. Метод ньютона. Графическая интерпретация метода.

10. Метод простой итерации для решения систем уравнений?

11. Метод ньютона для решения систем уравнений?

12. Как построить интерполяционный многочлен Лагранжа? Как определить погрешность метода интерполяции с помощью формулы

Лагранжа?

13. Как образуются разделенные разности? Как связаны разделенные разности и производная? Интерполяционный многочлен Ньютона.

14. Что такое сплайн? Как происходит процесс интерполирования сплайнами?

15. Что такое конечная разность первого порядка? Как она находится? Что такое конечная разность второго порядка? Как она находится? Что такое конечная разность n -го порядка? Как она находится?

16. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов. Как находится погрешность метода интерполирования с помощью формул Ньютона?

17. Интегральное среднее квадратичное приближение функций обобщенными многочленами.

18. Среднее квадратичное приближение функций тригонометрическими многочленами.

19. Точечное среднее квадратичное приближение функций ортогональными многочленами.

20. Ортогональные многочлены Чебышева.

21. Метод наименьших квадратов.

22. Квадратурные формулы Гаусса.

23. Вычисление производной по ее определению. Конечно-разностные аппроксимации производных.

24. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.

25. Как оценить погрешность метода трапеций? Как оценить погрешность метода Симпсона? Как оценить погрешность метода прямоугольников?

26. Метод ломанных Эйлера? Графическая интерпретация метода Эйлера и усовершенствованного метода Эйлера. В чем отличие? Необходим ли поиск начальных условий в методе Эйлера? К какой группе относится модифицированный метод Эйлера?

27. Метод Рунге — Кутты. Как можно оценить погрешность решения дифференциального уравнения при использовании метода Рунге — Кутты?

28. Как определить количество верных цифр в числе, являющемся решением дифференциального уравнения методами Эйлера, усовершенствованного метода Эйлера, Рунге-Кутты?

3. Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Вычислить абсолютную погрешность суммы чисел $a=8,3$; $b=11,51$; $c=4,928163$; $\Delta a=0,04$; $\Delta b=0,005$; $\Delta c=0,008$.

2. Определить относительную погрешность произведения $A \cdot B$. $A=9,82$; $B=2,46$; $\Delta A=\Delta B=0,04$.

3. Методом половинного деления с точностью $\varepsilon=10^{-2}$ найти корень

уравнения $4 - e^x - 2x^2 = 0$ ($x > 0$), $x^4 - 3x - 20 = 0$ ($x > 0$).

4. Методом итераций с указанной точностью найти корень уравнения $x + \ln x = 0$, $\varepsilon = 10^{-3}$; $4 - e^x - 2x^2 = 0$ ($x > 0$), $\varepsilon = 10^{-2}$.

5. Методом хорд и Ньютона с указанной точностью $\varepsilon = 0.001$ найдите корни уравнения $\sqrt{x} - \cos 0.387x = 0$, $e^{-x} + x^2 - 2 = 0$. Сравнить число итераций до достижения заданной точности в первом и втором методах. Сделать проверку найденного решения.

6. Привести систему линейных уравнений к итерационному виду. Доказать сходимость итерационного процесса. Прodelать вручную три итерации (методами Якоби и Зейделя).

$$\begin{cases} 3x + 7y + 2z = -1 \\ x + y - 4z = 3 \\ 7x + y - 3z = 10 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3x + 5y + 2z = 0 \\ x + 2y - 4z = 9 \\ 4x + y - 3z = 17 \end{cases}$$

7. Решить систему нелинейных уравнений методом итераций $\cos(y) + x = 1.5$;

$$2y - \sin(x - 0.5) = 1$$

8. Найти ряд Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$. Представить

графически приближение этой функции с помощью тригонометрических многочленов степеней $n_1=1$, $n_2=3$. Оценить погрешность среднеквадратичного приближения $\bar{d}(f, Q_3)$.

9. Функцию $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ разложить в ряд Фурье по синусам.

Представить графически приближения этой функции с помощью тригонометрических многочленов степеней $n_1 = 1$, $n_2 = 5$. Оценить погрешности среднеквадратичного приближения $d(f, Q_5)$ и $\bar{d}(f, Q_5)$.

10. На множестве двух точек $\{0; 1\}$ определить ортогональные многочлены Чебышева и вычислить их нормы.

11. Стационарное распределение температуры в теплоизолированном тонком стержне описывается линейной функцией $y = a + bx$. Определите постоянные a, b , если дана таблица измеренных температур в соответствующих точках стержня:

x	y
0	32
2	29,2
6	23,3
8	19,9
10	17,2
14	11,3
16	7,8
20	2

12. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке x .

	Значения функции							x
x	0.03	0.38	0.59	0.64	0.79	0.86	0.97	0.5
y	0.0296	0.3221	0.4637	0.4947	0.5822	0.6206	0.6780	
x	0.03	0.34	0.58	0.69	0.84	1.15	1.78	1.3
y	1.0335	1.4529	1.8912	2.1341	2.5164	3.5374	7.0677	

13. Составить интерполяционный многочлен Ньютона для функции, заданной таблицей.

x	y
0	1
1	4
2	15
3	40
4	85

14. Дана таблица значений функции. Методом линейной интерполяции вычислить значение функции при $x=0,495$.

x	y
0,00	1,000
0,10	1,095
0,20	1,179
0,30	1,251
0,40	1,310
0,50	1,357

0,60	1,390
0,70	1,409
0,80	1,414
0,90	1,405
1,00	1,382

15. Найти значение первой и второй производной функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[a, b]$ с помощью многочлена Ньютона ($n=5$) в точках $x_i = a + ih, i = \overline{0, n}, h = \frac{b-a}{n} : f(x) = \sin \frac{x}{2}, a = 1.5, b = 2.$

16. Пусть бесконечно гладкая функция $y = f(x)$ задана несколькими своими округленными значениями. Вычислить приближенно значения первой производной функции $y = f(x)$ по формулам первого и второго порядка точности при $i = \overline{0, n}$. Вычислить приближенно значения второй производной функции $y = f(x)$ по формулам второго порядка точности при $i = \overline{0, n}$.

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	1.3694	1.2661	1.1593	1.0472	0.9273

17. Найти приближенные значения интеграла с помощью квадратурных формул прямоугольников, трапеций и парабол, если отрезок интегрирования разбит на $n=2; 4; 10$ равных частей. Оценить величину погрешности полученных результатов в каждом случае: $\int_0^1 \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx,$

$$\int_1^3 \sqrt{6x-5} dx, \int_0^1 \sqrt{e^x + 1} dx.$$

18. Вычислить заданный интеграл по формулам прямоугольников, трапеций и парабол, если отрезок интегрирования разбит на $n=2$ и $n=4$ равные части. Оценить погрешность результата и сравнить приближенные значения интеграла с точным: $\int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx, \int_0^1 x \ln(1+x) dx, \int_0^1 (x+1)(x+2) dx$

19. Найти приближенное значение интеграла $\int_0^1 e^{x^2} dx$ по квадратурной формуле Гаусса с тремя узлами для $n=1$.

20. Найдите решения дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющего начальным условиям на промежутке $[a, b]$ с шагом h различными методами (Эйлера, Рунге–Кутта):

№	Уравнение	$y(x_0) = y_0$	$[a, b]$
1	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$	$y(1,8) = 2.6$	$[1.8; 2.8]$
2	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	$y(0.6) = 0.8$	$[0.6; 1.6]$

21. Применяя метод Эйлера и метод Рунге-Кутты численно решить на отрезке $[0,1]$: систему дифференциальных уравнений 1-го порядка,

удовлетворяющую начальным условиям $y(0) = 0, z(0) = -0.4$:

$$\begin{cases} y' = -yz + \frac{\sin x}{x} \\ z' = -z^2 + \frac{3x}{1+x^2} \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Перечень заданий

Задача 1.

1. Дано приближенное число x и его абсолютная погрешность Δx . Определить относительную погрешность и какие значащие цифры приближенного числа будут верными в широком (узком) смысле.

2. Дано приближенное число x и его относительная погрешность $\delta(x)$. Определить абсолютную погрешность и какие значащие цифры приближенного числа будут верными в широком (узком) смысле.

3. Дано приближенное число x и известно, что у этого числа n верных значащих цифры в широком (узком) смысле. Оценить абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях. Определить предельную абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях.

4. Определить, какое равенство точнее.

5. Дана функция. а) Запишите порядок выполняемых вами операций, оцените погрешности их результатов, вычислите и оцените погрешность искомого значения. б) Определите число верных знаков в результате (Прямая задача). в) Выясните погрешность задания исходных данных, необходимую для получения результата с n верными значащими цифрами (Обратная задача).

№ варианта	Задания
1	6. $x = 1.109$, $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$ 7. $x = 0.3771$, $\delta(x) = 1\%$ 8. $x = 1.72911$, $n = 3$ 9. $\sqrt{66} = 6.63$, $\frac{19}{41} = 0.463$ 10. $x = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a = 3.85 \pm 0.01$, $b = 2.0435 \pm 0.0004$, $c = 962.6 \pm 0.1$
2	1. $x = 1.609$, $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$ 2. $x = 0.377766$, $\delta(x) = 0.5\%$ 3. $x = 12.72916$, $n = 4$; 4. $\sqrt{30} = 5.48$, $\frac{7}{15} = 0.467$ 5. $x = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$, $a = 4.3 \pm 0.05$, $b = 17.21 \pm 0.02$, $c = 8.2 \pm 0.05$, $m = 12.417 \pm 0.003$, $n = 8.37 \pm 0.005$

Задача 2. Решить систему уравнений и вычислить определитель методом Гаусса.

№ варианта	Коэффициенты при неизвестных:				Свободный член
	X1	X2	X3	X4	
1	8.30	2.62	4.10	1.90	-10.65
	3.92	8.45	7.78	2.46	12.21
	3.77	7.21	8.04	2.28	15.45
	2.21	3.65	1.69	6.99	-8.35
2	7.5	2.6	1.3	8.1	5.7
	6.4	3.3	-2.4	1.7	-2.1
	0.1	-2.3	0.8	-5.7	4.6
	8.2	0.1	-5.3	-7.6	5.1

Задача 3. Привести систему линейных уравнений к итерационному виду. Доказать сходимость итерационного процесса. Прodelать вручную три итерации (методами Якоби и Зейделя).

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
1.	$\begin{cases} 3x + 7y + 2z = -1 \\ x + y - 4z = 3 \\ 7x + y - 3z = 10 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x + 5y + 2z = 0 \\ x + 2y - 4z = 9 \\ 4x + y - 3z = 17 \end{cases}$

Задача 4. Найти корни нелинейного уравнения $f(x)=0$: а) методом половинного деления; б) методом Ньютона (методом касательных) с точностью $\varepsilon=0.001$. Сравнить число итераций до достижения заданной точности в первом и втором методах.

№ варианта	Уравнение	№ варианта	Уравнение
1	$\sqrt{x} - 2 \cos \frac{\pi}{2} x = 0$	2	$x^2 + \cos x - 2 = 0$

Задача 5. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке x .

№	Значения функции								x
1	x	0.03	0.38	0.59	0.64	0.79	0.86	0.97	0.5
	y	0.0296	0.3221	0.4637	0.4947	0.5822	0.6206	0.6780	
2	x	0.03	0.34	0.58	0.69	0.84	1.15	1.78	1.3
	y	1.0335	1.4529	1.8912	2.1341	2.5164	3.5374	7.0677	

Задача 6. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое задание функции $y = f(x)$.

№ варианта	1	2
Значение функции	$\ln(1+x)$	3^x

Задача 7. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу указанного вида для зависимости x и y , заданной таблицей и дать прогноз на три шага вперед.

1.

x	0	1	1,5	2,5	3	4,5	5	6	Общий вид зависимости $y = ax + b$
y	0	67	101	168	202	310	334	404	

2.

x	1	0,5	0,3	0,25	0,2	0,17	0,14	0,12	Общий вид зависимости и $y = a + \frac{b}{x}$
y	3	2	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	

Задача 8. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках x .

№ варианта	Исходные данные		№ варианта	Исходные данные	
1	$x_0=0.35$	$y_0=1.419$	2	$x_0=0.38$	$y_0=1.462$
	$x_1=0.48$	$y_1=1.616$		$x_1=0.49$	$y_1=1.632$
	$x_2=0.97$	$y_2=2.637$		$x_2=0.99$	$y_2=2.691$
	$x_3=1.08$	$y_3=2.944$		$x_3=1.09$	$y_3=2.974$
	$x_4=1.18$	$y_4=3.254$		$x_4=1.19$	$y_4=3.287$
	$x_5=1.40$	$y_5=4.055$		$x_5=1.40$	$y_5=4.055$
	$x_6=1.71$	$y_6=5.528$		$x_6=1.71$	$y_6=5.528$
	$x_7=1.74$	$y_7=5.697$		$x_7=1.72$	$y_7=5.584$
	$x_8=2.09$	$y_8=8.084$		$x_8=2.04$	$y_8=7.690$
	$x_9=2.46$	$y_9=11.70$		$x_9=2.38$	$y_9=10.804$
	$x_{10}=2.69$	$y_{10}=14.73$		$x_{10}=2.53$	$y_{10}=12.553$
	$x=0.58; x=1.58;$			$x=2.95; x=1.95$	

Задача 9

1. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$\int_b^a f(x)dx$ от заданной функции (см. таблицу 1) по обобщенной формуле трапеций, если число частичных отрезков задано: $n=20$. Оценить погрешность

вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

2. Вычислить этот же интеграл по формуле средних прямоугольников. Оценить погрешность вычислений. Сравнить точность полученных по разным формулам результатов.

3. Вычислить определенный интеграл $\int_b^a f(x)dx$ от заданной функции (см. таблицу 2) с точностью до $\varepsilon=10^{-6}$ по общей формуле Симпсона.

4. Вычислить интеграл $\int_b^a f(x)dx$ от заданной функции (см. таблицу 3) по формуле Гаусса (при $n_1 = 4$ и $n_2 = 5$).

Таблица 1

№	$f(x)$	a	b
1	$-\frac{4}{(1+8x)^2}$	0	3
2	$\frac{5}{(4x-3)^3}$	4	6

Таблица 2

	$f(x)$	a	b
1	$\frac{x}{\sqrt{1+x^3}}$	0.8	1.8
2	$\frac{x}{\sqrt{6-x^3}}$	0.8	1.8

Таблица 3

№	$f(x)$	a	b
1	$\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$	-0.5	1.3
2	$\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$	2	3.2

Задача 10. Применяя метод Эйлера, его модификации и метод Рунге-Кутты численно решить на отрезке $[a, b]$:

1. дифференциальное уравнение 1-го порядка $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0) = y_0$ (см. таблицу 4);

2. систему дифференциальных уравнений 1-го порядка $\begin{cases} y' = f_1(x, y, z) \\ z' = f_2(x, y, z) \end{cases}$, удовлетворяющую начальным условиям: $y(x_0) = y_0$, $z(x_0) = z_0$ (см. таблицу 5).

Таблица 4

№ вариант <i>a</i>	Уравнение	x_0	y_0	a	b	h
1	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$	1.8	2.6	1.8	2.8	0.1
2	$y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$	1.7	5.3	1.7	2.7	0.1

Таблица 5

№ варианта	Система	x_0	y_0	z_0	a	b	h
1	$\begin{cases} y' = (z - y)x \\ z' = (z + y)x \end{cases}$	0	1	1	0	1	0.1
2	$\begin{cases} y' = -yz + \frac{\sin x}{x} \\ z' = -z^2 + \frac{3x}{1+x^2} \end{cases}$	0.1	0	-0.4	0	1	0.1

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Контрольные работы студентами очной формы обучения выполняются в аудитории института. На решение контрольной работы отводится 90 минут. Студентам запрещено пользоваться любыми материалами (конспектами, книгами, подсказками) кроме своей головы. Проверка происходит по конкретным темам. Студент пропустивший контрольную работу по уважительной причине может написать контрольную в назначенное преподавателем время.

Контрольная работа студентами заочной формы обучения выполняется дома и передается на кафедру методисту. Зачет по контрольной работе является обязательным для допуска к сдаче зачета, который предусмотрен учебным планом.

Прежде чем приступить к выполнению работы, необходимо ознакомиться с соответствующими темами раздела, подобрать и изучить рекомендуемую литературу. Каждый вариант включает 10 задач по наиболее важным разделам дисциплины.

При выполнении контрольной работы необходимо руководствоваться следующими требованиями, при их несоблюдении работа будет не зачтена:

1. Работа выполняется в 12 листовой тетради.
2. На титульном листе указывается, кто выполнил работу с указанием группы, фамилии и инициалов студента, а также – кто проверил работу с указанием должности и фамилии преподавателя.
3. В начале работы обязательно указать номер варианта.
4. Перед решением задачи привести ее условие.
5. Решение задач должно содержать развернутые расчеты, объяснение полученных показателей, формулы, применяемые для решения задач. Формулы при этом приводятся в той записи, которая дана в учебнике или в лекционном курсе.

6. Контрольную работу студент обязан представить на кафедру не позднее установленного срока. Если в работе сделаны замечания рецензентом, студент обязан учесть их и, не переписывая работу, внести необходимые исправления и дополнения. Без зачета по контрольной работе студент не допускается к итоговому контролю. Работа должна быть подписана студентом с

указанием даты ее выполнения

Тестирование проводится в системе дистанционного обучения LMS Moodle.

На тестирование отводится 90 минут. Каждый вариант тестовых заданий включает 30 вопросов. За каждый правильно отвеченный вопрос дается 1 балл.

Чтобы получить допуск к зачету студенту очной формы обучения необходимо решить три контрольные работы и сдать лабораторные работы.

Чтобы получить допуск к зачету студенту заочной формы обучения необходимо решить контрольную работу, сдать лабораторные работы и выполнить три теста.

Зачет проводится в устной форме. В билет включено два теоретических вопроса и практическое задание, соответствующие содержанию формируемых компетенций. На ответ и решение задачи студенту отводится 35 минут. За ответ на теоретические вопросы студент может получить максимально 3 баллов, за решение задачи 2 балла.